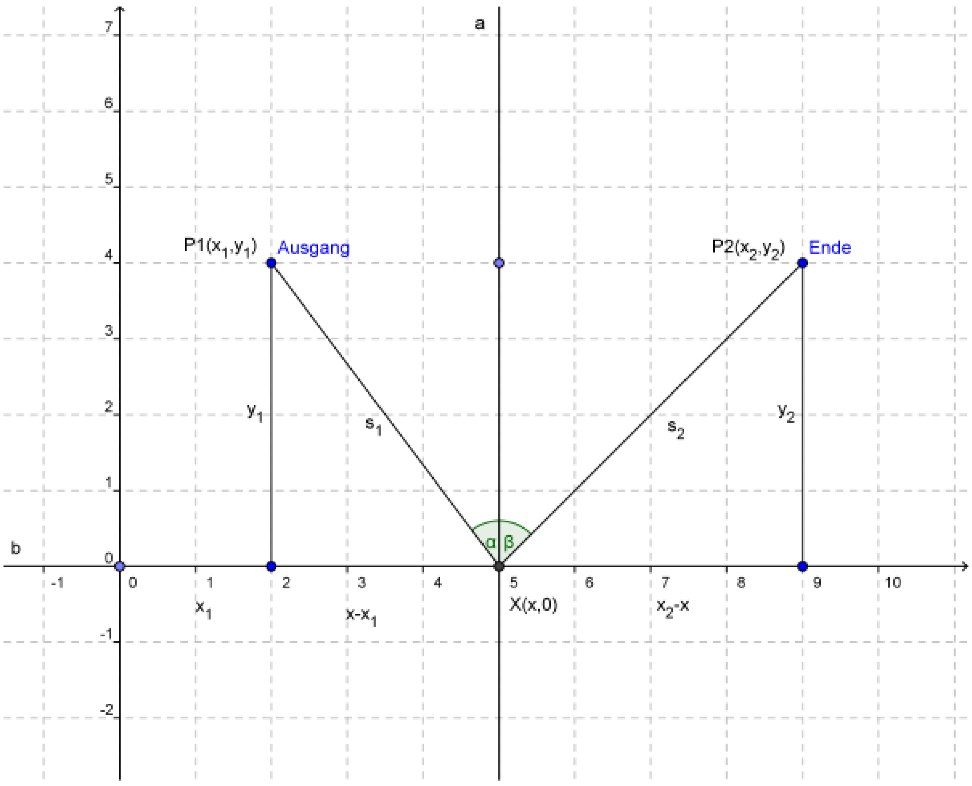
Reflexionsgesetz

Dokumentnummer: DX1671
Fachgebiet: Physik, Analysis, Extremwertaufgabe, geometrische Optik
Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)

1 Aufgabe

Figure 1: Skizze zum Reflexionsgesetz: Nach dem Fermat-Prinzip braucht ein Lichtstrahl von P1 nach P2 ein Minimum an Zeit. Die x-Achse symbolisiert den Spiegel.



2 Lösung

2.1 Verarbeitung

Die Wege s1 und s2 kann man nach dem Lehrsatz des Pythagoras bestimmen:

(%i2) `s1:sqrt((x-x[1])**2+y[1]**2);`

(%o2) $\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}$

(%i3) `s2:sqrt((x[2]-x)**2+y[2]**2);`

(%o3) $\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}$

Zeit=Weg/Geschwindigkeit

(%i4) t1:s1/c;

(%o4) $\frac{\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}{c}$

(%i5) t2:s2/c;

(%o5) $\frac{\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}{c}$

Die Gesamtzeit soll ein Minimum werden!
Man muss daher die erste Ableitung NULL
setzen (notwendige Bedingung).

(%i6) t:t1+t2;

(%o6) $\frac{\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}{c}+\frac{\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}{c}$

(%i7) ab:diff(t,x);

(%o7) $\frac{x-x_1}{c\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}-\frac{x_2-x}{c\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}$

(%i9) g:ab=0;

(%o9) $\frac{x-x_1}{c\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}-\frac{x_2-x}{c\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}=0$

Umformungen

(%i12) g:first(first(g))=-second(first(g));

(%o12) $\frac{x-x_1}{c\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}=\frac{x_2-x}{c\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}$

(%i13) g:g*c;

(%o13) $\frac{x-x_1}{\sqrt{(x-x_1)^2+y_1^2}}=\frac{x_2-x}{\sqrt{(x_2-x)^2+y_2^2}}$

Der Sinus eines Winkels ist Gegenkathete/Hypothenuse!
Man beachte die Wechselwinkeleigenschaft.

(%i14) g:sin(%alpha)=sin(%beta);

(%o14) $\sin(\alpha)=\sin(\beta)$

2.2 Ergebnis

Schlussfolgerung:

(%i15) g:%alpha=%beta;

(%o15) $\alpha=\beta$

Einfallswinkel = Ausfallswinkel
(das ist das Reflexionsgesetz)