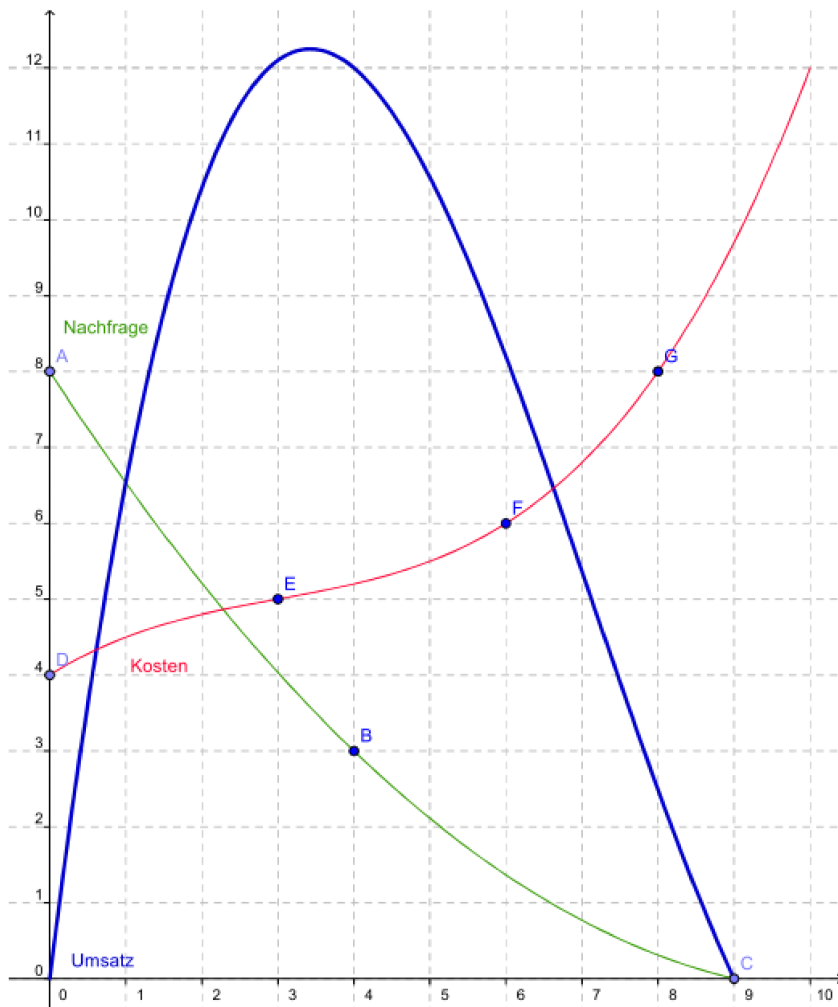


Quadratische Nachfragefunktion und kubische Kostenfunktion

1 Aufgabe

Figure 1:



2 Lösung

2.1 Nachfragefunktion und Kostenfunktion

--> $x_A: 0 \text{ \$ } p_A: 8 \text{ \$}$
 $x_B: 4 \text{ \$ } p_B: 3 \text{ \$}$
 $x_C: 9 \text{ \$ } p_C: 0 \text{ \$}$

$x_D: 0 \text{ \$ } K_D: 4 \text{ \$}$
 $x_E: 3 \text{ \$ } K_E: 5 \text{ \$}$
 $x_F: 6 \text{ \$ } K_F: 6 \text{ \$}$
 $x_G: 8 \text{ \$ } K_G: 8 \text{ \$}$

```

--> g(x,p):=p=a*x**2+b*x+c;
      f(x,K):=K=A*x**3+B*x**2+C*x+D;
(%o425) g(x,p):=p=a x2+b x+c
(%o426) f(x,K):=K=A x3+B x2+C x+D

--> g1:g(xA,pA);
      g2:g(xB,pB);
      g3:g(xC,pC);
      g4:f(xD,KD);
      g5:f(xE,KE);
      g6:f(xF,KF);
      g7:f(xG,KG);
(%o427) 8=c
(%o428) 3=c+4 b+16 a
(%o429) 0=c+9 b+81 a
(%o430) 4=D
(%o431) 5=D+3 C+9 B+27 A
(%o432) 6=D+6 C+36 B+216 A
(%o433) 8=D+8 C+64 B+512 A

--> l:algsys([g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7],[a,b,c,A,B,C,D]);
(%o434) [[ a= $\frac{13}{180}$ , b= $-\frac{277}{180}$ , c=8, A= $\frac{1}{60}$ , B= $-\frac{3}{20}$ , C= $\frac{19}{30}$ , D=4 ] ]

--> Nachfragefunktion:g(x,p),l;
(%o435)  $\frac{13 x^2}{180} - \frac{277 x}{180} + 8 = \frac{13 x^2}{180} - \frac{277 x}{180} + 8$ 

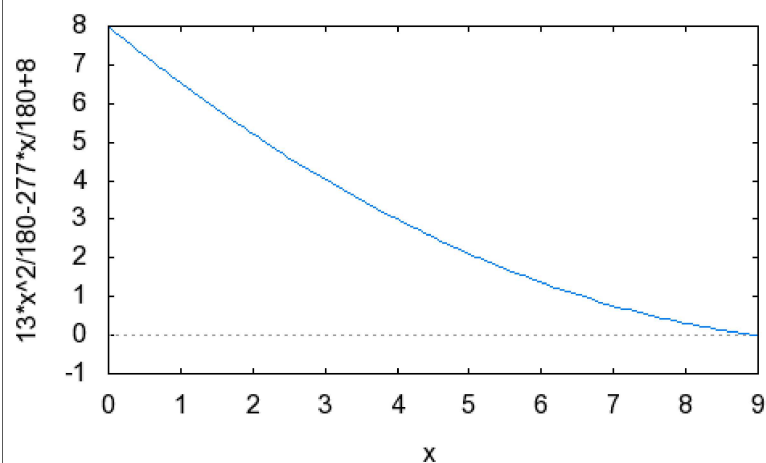
--> p:rhs(Nachfragefunktion);
(%o436)  $\frac{13 x^2}{180} - \frac{277 x}{180} + 8$ 

--> p(x):='p;
(%o437) p(x):= $\frac{13 x^2}{180} - \frac{277 x}{180} + 8$ 

--> wxplot2d([p(x)], [x,0,9])$

```

(%t438)

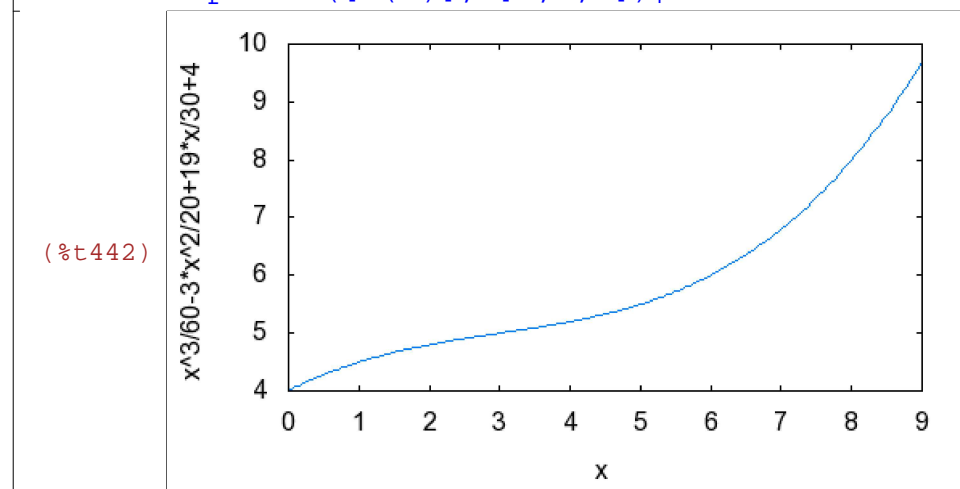


```
--> Kostenfunktion:f(x,K),l;
(%o439)  $\frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4 = \frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4$ 
```

```
--> K:rhs(Kostenfunktion);
(%o440)  $\frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4$ 
```

```
--> K(x):='K;
(%o441)  $K(x) := \frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4$ 
```

```
--> wxplot2d([K(x)], [x,0,9])$
```

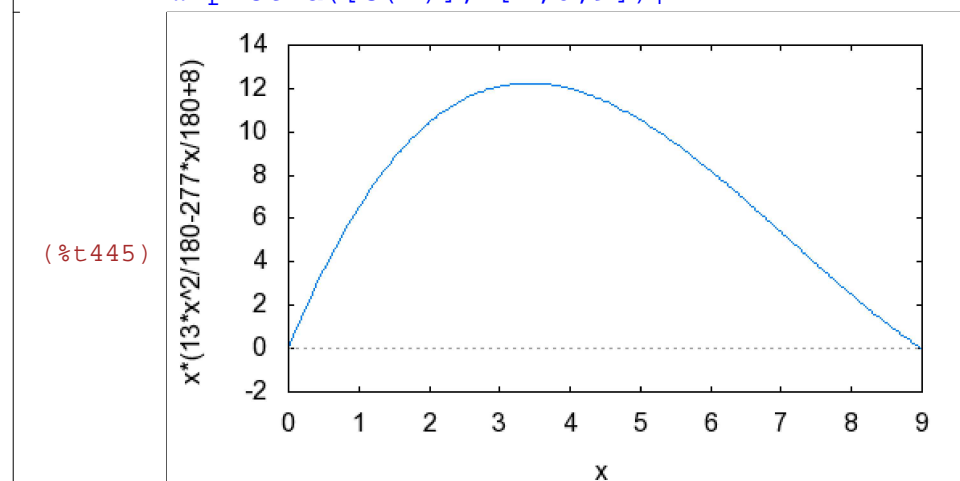


2.2 Umsatzfunktion

```
--> U(x):=p(x)*x;
(%o443)  $U(x) := p(x)x$ 
```

```
--> U(x),expand;
(%o444)  $\frac{13x^3}{180} - \frac{277x^2}{180} + 8x$ 
```

```
--> wxplot2d([U(x)], [x,0,9])$
```

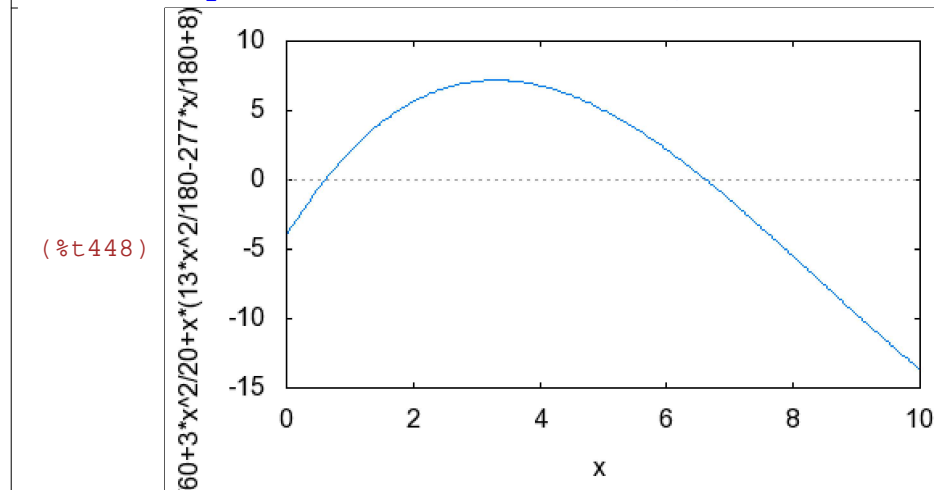


2.3 Gewinnfunktion

```
--> G(x) := U(x) - K(x);
(%o446) G(x) := U(x) - K(x)
```

```
--> G(x), expand;
(%o447)  $\frac{x^3}{18} - \frac{25x^2}{18} + \frac{221x}{30} - 4$ 
```

```
--> wxplot2d([G(x)], [x,0,10])$
```



2.4 Zusammenstellung der Funktionen

```
--> p(x);
(%o449)  $\frac{13x^2}{180} - \frac{277x}{180} + 8$ 
```

```
--> K(x);
(%o450)  $\frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4$ 
```

```
--> U(x), expand;
(%o451)  $\frac{13x^3}{180} - \frac{277x^2}{180} + 8x$ 
```

```
--> G(x), expand;
(%o452)  $\frac{x^3}{18} - \frac{25x^2}{18} + \frac{221x}{30} - 4$ 
```

3 Auswertung

3.1 Nachfragefunktion

```
--> Preisobergrenze:p(0);
(%o453) 8
```

```
--> l:realroots(p(x)=0);
(%o454) [x=9, x= $\frac{412977625}{33554432}$ ]
```

```
--> Saettigungsmenge:x,l[1];
(%o455) 9
```

3.2 Umfragefunktion

```
--> ab:diff(U(x),x);
(%o456)  $\frac{13x^2}{180} + \left(\frac{13x}{90} - \frac{277}{180}\right)x - \frac{277x}{180} + 8$ 
```

```
--> l:realroots(ab=0);
(%o457) [x= $\frac{114929121}{33554432}$ , x= $\frac{361715887}{33554432}$ ]
```

```
--> ab2:diff(U(x),x,2);
(%o458)  $\frac{13x}{30} - \frac{277}{90}$ 
```

```
--> ab2,l[1];
(%o459)  $-\frac{962468389}{603979776}$ 
```

Hier liegt ein Maximum vor

```
--> ab2,l[2];
(%o460)  $\frac{4812341929}{3019898880}$ 
```

Hier liegt ein Minimum vor

```
--> xmax:x,l[1]$xmax:floor(xmax*10+0.5)/10.0;
(%o462) 3.4
```

Das ist die umsatzmaximale Menge.

```
--> pmax:p(xmax)$pmax:floor(pmax*100+0.5)/100.0;
(%o464) 3.6
```

Das ist der umsatzmaximale Preis

```
--> Umax:pmax*xmax;
(%o465) 12.24
```

```
--> Umax:U(xmax)$Umax:floor(Umax*100+0.5)/100.0;
(%o467) 12.25
```

Das ist der maximale Umsatz

3.3 Kostenfunktion

```
--> K(x);
(%o468)  $\frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4$ 
```

```

--> F:K(0)
/* die Fixkosten sind die Kosten beim Betriebsstillstand */;
(%o469) 4

```

```

--> Kv(x):=K(x)-F;
(%o470) Kv(x):=K(x)-F

```

```

--> Kv(x)
/* das sind die variablen Kosten */;
(%o471)  $\frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30}$ 

```

BERECHNUNG Betriebsoptimum und langfristige Preisuntergrenze

```

--> D(x):=K(x)/x
/* Durchschnittskosten = Stückkosten */;
(%o472)  $D(x) := \frac{K(x)}{x}$ 

```

```

--> ab:diff(D(x),x);
(%o473)  $\frac{\frac{x^2}{20} - \frac{3x}{10} + \frac{19}{30} - \frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30} + 4}{x^2}$ 

```

```

--> l:realroots(ab=0);
(%o474) [x =  $\frac{233876483}{33554432}$ ]

```

```

--> BO:x,l$BO:floor(BO*10+0.5)/10.0;
(%o476) 7.0

```

Das ist das Betriebsoptimum

```

--> LPU:D(BO)$LPU:floor(LPU*100+0.5)/100.0;
(%o478) 0.97

```

Das ist die langfristige Preisuntergrenze =
Minimum der Durchschnittskosten

BERECHNUNG Betriebsminimum und kurzfristige Preisuntergrenze

```

--> DV(x):=Kv(x)/x
/* durchschnittliche variable Kosten */;
(%o479)  $DV(x) := \frac{Kv(x)}{x}$ 

```

```

--> ab:diff(DV(x),x);
(%o480)  $\frac{\frac{x^2}{20} - \frac{3x}{10} + \frac{19}{30} - \frac{x^3}{60} - \frac{3x^2}{20} + \frac{19x}{30}}{x^2}$ 

```

```
--> l:realroots(ab=0);
```

```
(%o481) [ x= $\frac{9}{2}$  ]
```

```
--> BM:x,l$BM:floor(BM*10+0.5)/10.0;
```

```
(%o483) 4.5
```

Das ist das Betriebsminimum (jene Menge, wo die durchschnittlichen variablen Kosten am kleinsten sind)

```
--> KPU:DV(BM)$KPU:floor(KPU*10+0.5)/10.0;
```

```
(%o485) 0.3
```

Das ist die kurzfristige Preisuntergrenze

3.4 Gewinnfunktion

```
--> G(x),expand;
```

```
(%o486)  $\frac{x^3}{18} - \frac{25x^2}{18} + \frac{221x}{30} - 4$ 
```

BERECHNUNG maximaler Deckungsbeitrag

```
--> DB(x):=U(x)-Kv(x);
```

```
(%o487) DB(x):=U(x)-Kv(x)
```

```
--> DB(x),expand;
```

```
(%o488)  $\frac{x^3}{18} - \frac{25x^2}{18} + \frac{221x}{30}$ 
```

```
--> DB(x):=G(x)+F;
```

```
(%o489) DB(x):=G(x)+F
```

```
--> DB(x),expand;
```

```
(%o490)  $\frac{x^3}{18} - \frac{25x^2}{18} + \frac{221x}{30}$ 
```

```
--> ab:diff(DB(x),x);
```

```
(%o491)  $\frac{x^2}{45} + \left(\frac{13x}{90} - \frac{277}{180}\right)x - \frac{223x}{180} + \frac{221}{30}$ 
```

```
--> l:realroots(ab=0);
```

```
(%o492) [ x= $\frac{111029883}{33554432}$ , x= $\frac{448210651}{33554432}$  ]
```

```
--> ab2:diff(DB(x),x,2);
```

```
(%o493)  $\frac{x}{3} - \frac{25}{9}$ 
```

```
--> ab2,l[1];
```

```
(%o494)  $-\frac{505771151}{301989888}$ 
```

Hier liegt das Maximum

```
--> ab2,l[2];
(%o495) 505771153
        301989888
```

Hier wäre ein Minimum

```
--> xMax:x,l[1];xMax:floor(xMax*10+0.5)/10.0;
(%o496) 111029883
        33554432
(%o497) 3.3
```

Bei dieser Menge wird der größte Deckungsbeitrag erzielt

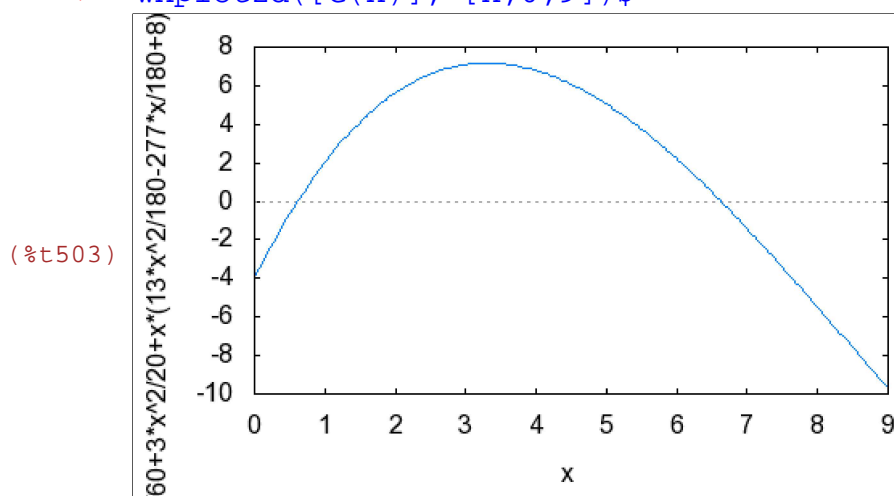
```
--> DBmax:DB(xMax)$DBmax:floor(DBmax*100+0.5)/100.0;
(%o500) 11.18
```

Das ist der maximale Deckungsbeitrag

BERECHNUNG Gewinnzone

```
--> l:realroots(G(x)=0),numer;
(%o502) [x=0.61183688044548 ,x=6.624772518873215 ,x=17.76339057087898 ]
```

```
--> wxplot2d([G(x)], [x,0,9])$
```



```
--> GS:x,l[1]$GS:floor(GS*10+0.5)/10.0;
(%o505) 0.6
```

Das ist die Gewinnschwelle

```
--> GG:x,l[2]$GG:floor(GG*10+0.5)/10.0;
(%o507) 6.6
```

Das ist die Gewinngrenze

```
--> Gewinnzone:[GS,GG];
(%o508) [0.6 , 6.6 ]
```

Die Gewinnzone beginnt bei der Gewinnschwelle und endet bei der Gewinngrenze.

BERECHNUNG des maximalen Gewinn

```
--> ab:diff(G(x),x);
```

$$(\%0509) \frac{x^2}{45} + \left(\frac{13x}{90} - \frac{277}{180} \right) x - \frac{223x}{180} + \frac{221}{30}$$

```
--> l:realroots(ab=0);
```

$$(\%0510) \left[x = \frac{111029883}{33554432}, x = \frac{448210651}{33554432} \right]$$

```
--> ab2:diff(G(x),x,2);
```

$$(\%0511) \frac{x}{3} - \frac{25}{9}$$

```
--> ab2,l[1];
```

$$(\%0512) -\frac{505771151}{301989888}$$

Hier liegt das Maximum

```
--> ab2,l[2];
```

$$(\%0513) \frac{505771153}{301989888}$$

Hier wäre das Minimum

```
--> xC:x,l[1]$xC:floor(xC*10+0.5)/10.0;
```

$$(\%0515) 3.3$$

Das ist die gewinnmaximale Menge

```
--> pC:p(xC)$pC:floor(pC*100+0.5)/100.0;
```

$$(\%0518) 3.71$$

Das ist der gewinnmaximale Preis

```
--> Gmax:G(xC)$Gmax:floor(Gmax*100+0.5)/100.0;
```

$$(\%0521) 7.18$$

Das ist der maximale Gewinn