

Länge und Mittelpunkt einer Strecke

Dokumentnummer:

Fachgebiet: Analytische Geometrie, Vektorrechnung,
Funktionen, Formeln, Listenverarbeitung

Einsatz: ab 2HAK (erstes Lernjahr)

1 Aufgabe

Man kennt die Koordinaten der Endpunkte einer Strecke
 $P(x_1, y_1)$ und $Q(x_2, y_2)$.

Man

- berechne die Länge der Strecke,
- berechne die Mittelpunkte der Strecken,
- kontrolliere alle Aufgaben mit Geogebra,
- löse alle Aufgaben in einem Durchgang durch Listenverarbeitung.

2 Lösung

```
--> kill(all);
(%o0) done
```

2.1 Formeln

Distanzformel als Funktion der Endpunkte

```
--> d(X,Y):=sqrt((Y[1]-X[1])**2+(Y[2]-X[2])**2);
(%o1) d(X,Y):=sqrt((Y_1-X_1)^2+(Y_2-X_2)^2)
```

Distanzformel als Funktion der Strecke

```
--> D(S):=sqrt((S[2]-S[1])[1]**2+(S[2]-S[1])[2]**2);
(%o2) D(S):=sqrt((S_2-S_1)_1^2+(S_2-S_1)_2^2)
```

Mittelpunkt als Funktion der Endpunkte

```
--> m(X,Y):=[(X[1]+Y[1])/2,(X[2]+Y[2])/2];
(%o3) m(X,Y):=[frac(X_1+Y_1,2),frac(X_2+Y_2,2)]
```

Mittelpunkt als Funktion der Strecke

```
--> M(S):=[(S[1]+S[2])[1]/2,(S[1]+S[2])[2]/2];
(%o4) M(S):=[frac((S_1+S_2)_1,2),frac((S_1+S_2)_2,2)]
```

2.2 Teilaufgabe (2)

Figure 1: Gegebene Endpunkte

2. P(3, -7) and
Q(8, -7)

```
--> x1:3;y1:-7;
```

```
(%05) 3
```

```
(%06) -7
```

```
--> P:[x1,y1];
```

```
(%07) [3, -7]
```

```
--> x2:8;y2:-7;
```

```
(%08) 8
```

```
(%09) -7
```

```
--> Q:[x2,y2];
```

```
(%10) [8, -7]
```

```
--> Laenge:d(P,Q);
```

```
Laenge:floor(Laenge*100+0.5)/100.0;
```

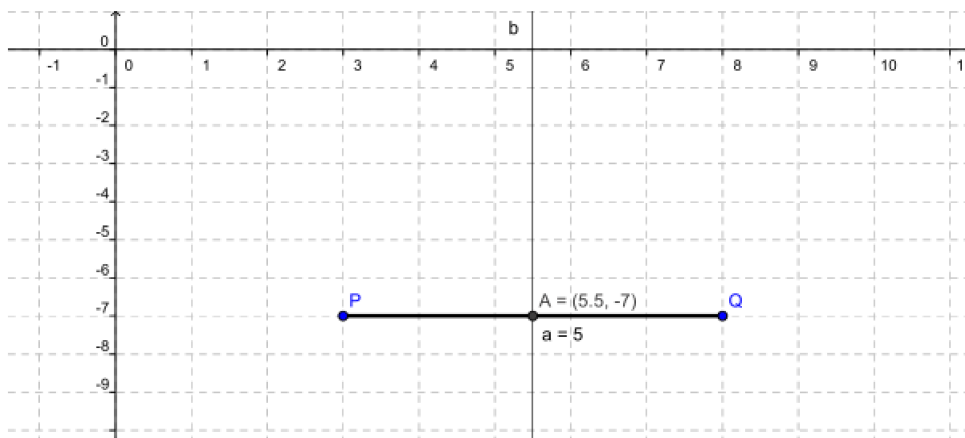
```
(%11) 5
```

```
(%12) 5.0
```

```
--> Mittelpunkt:m(P,Q);
```

```
(%13) [ $\frac{11}{2}$ , -7]
```

Figure 2: Kontrolle mit Geogebra



```
--> P1:P;Q1:Q
```

```
/* für die folgende Listenverarbeitung */;
```

```
(%14) [3, -7]
```

```
(%15) [8, -7]
```

```
--> S1:[P1,Q1]
```

```
/* symbolisch für die Strecke */;
```

```
(%16) [[3, -7], [8, -7]]
```

2.3 Teilaufgabe (3)

Figure 3: Gegebene Endpunkte

3. P(-2, -7) and
Q(5, -7)

```
--> x1:-2;y1:-7;
```

```
(%o17) -2
```

```
(%o18) -7
```

```
--> x2:5;y2:-7;
```

```
(%o19) 5
```

```
(%o20) -7
```

```
--> P2:[x1,y1];
```

```
(%o21) [-2, -7]
```

```
--> Q2:[x2,y2];
```

```
(%o22) [5, -7]
```

```
--> S2:[P2,Q2];
```

```
(%o23) [[-2, -7], [5, -7]]
```

```
--> Laenge:d(P2,Q2);
```

```
Laenge:floor(Laenge*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o24) 7
```

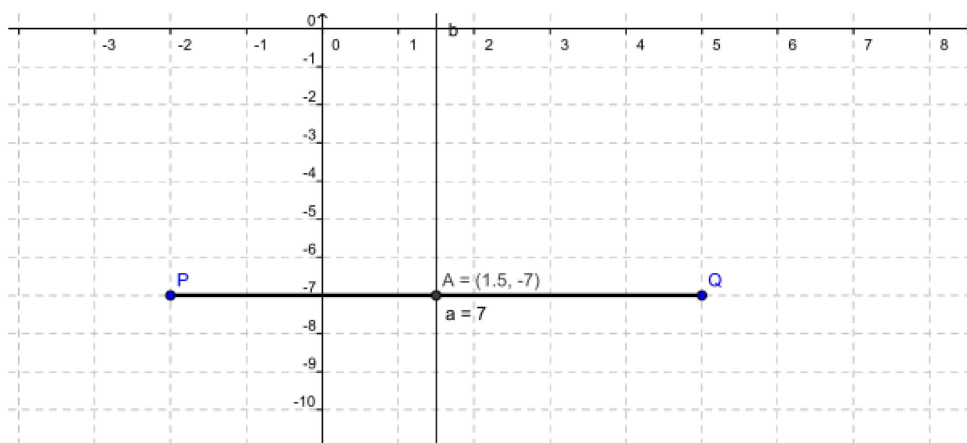
```
(%o25) 7.0
```

```
--> Mittelpunkt:m(P2,Q2);
```

```
(%o26) [3/2, -7]
```

Figure 4:

Figure 2: Kontrolle mit Geogebra



2.4 Teilaufgabe (7)

Figure 5: Gegebene Endpunkte

7. P(-9, -9)
Q(6, 9)

```

--> x1:-9;y1:-9;
(%o27) -9
(%o28) -9

--> x2:6;y2:9;
(%o29) 6
(%o30) 9

--> P3:[x1,y1];
(%o31) [-9, -9]

--> Q3:[x2,y2];
(%o32) [6, 9]

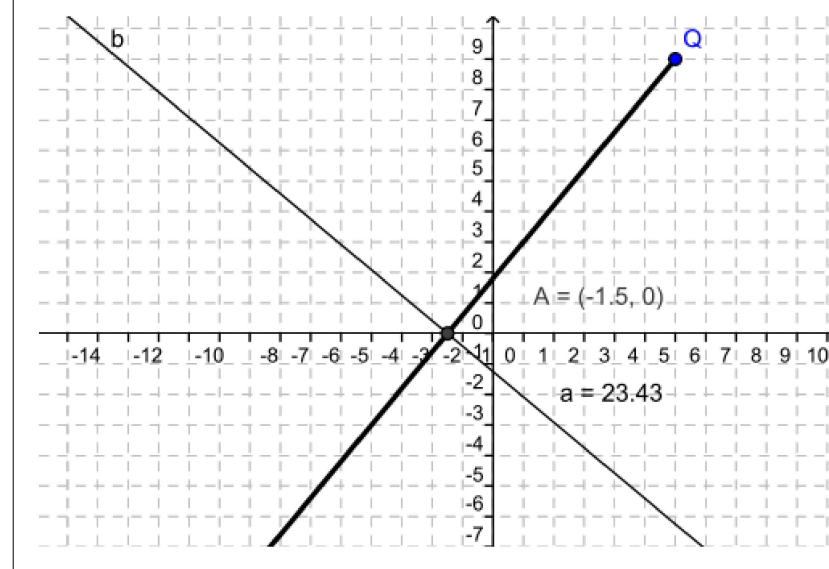
--> S3:[P3,Q3];
(%o33) [[-9, -9], [6, 9]]

--> Laenge:d(P3,Q3);
Laenge:floor(Laenge*100+0.5)/100.0;
(%o34)  $3\sqrt{61}$ 
(%o35) 23.43

--> Mittelpunkt:m(P3,Q3);
(%o36)  $[-\frac{3}{2}, 0]$ 

```

Figure 6: Kontrolle mit Geogebra



2.5 Teilaufgabe (16)

Figure 7: Gegebene Endpunkte

16. P(3, 12)
Q(-5, -6)

```

--> x1:3;y1:12;
(%o37) 3
(%o38) 12

```

```

--> x2:-5;y2:-6;
(%o39) -5
(%o40) -6

--> P4:[x1,y1];
(%o41) [3,12]

--> Q4:[x2,y2];
(%o42) [-5,-6]

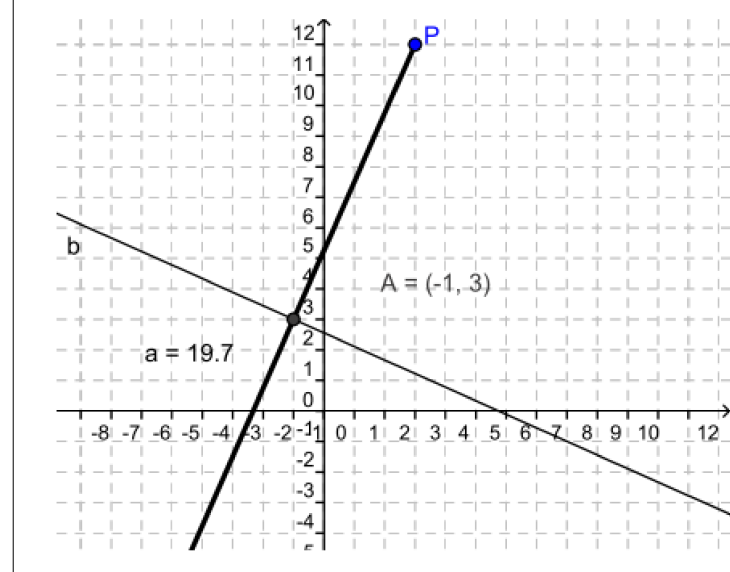
--> S4:[P4,Q4];
(%o43) [[3,12],[-5,-6]]

--> Laenge:d(P4,Q4);
Laenge:floor(Laenge*100+0.5)/100.0;
(%o44)  $2\sqrt{97}$ 
(%o45) 19.7

--> Mittelpunkt:m(P4,Q4);
(%o46) [-1,3]

```

Figure 8: Kontrolle mit Geogebra



3 Lösung mit Listenverarbeitung

```

--> Strecke:[S1,S2,S3,S4];
(%o47) [[[3,-7],[8,-7]],[[-2,-7],[5,-7]],[[-9,-9],[6,9]],[[3,12],[-5,-6]]]

--> Laenge:map(D,Strecke);
Laenge:floor(Laenge*100+0.5)/100.0;
(%o48) [5,7,3 $\sqrt{61}$ ,2 $\sqrt{97}$ ]
(%o49) [5.0,7.0,23.43,19.7]

--> Mittelpunkt:map(M,Strecke),numer;
(%o50) [[5.5,-7],[1.5,-7],[-1.5,0],[-1,3]]

```

□ 4 Ergebnis

```
--> Ergebnis: matrix(
  ["Strecke", "Länge", "Mittelpunkt"],
  [transpose(Strecke), transpose(Laenge), transpose(Mittelpunkt)]
);
```

(%o51)

	<i>Strecke</i>	<i>Länge</i>	<i>Mittelpunkt</i>
	$\begin{bmatrix} [3, -7], [8, -7] \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 5.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} [5.5, -7] \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} [-2, -7], [5, -7] \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 7.0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} [1.5, -7] \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} [-9, -9], [6, 9] \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 23.43 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} [-1.5, 0] \end{bmatrix}$
	$\begin{bmatrix} [3, 12], [-5, -6] \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 19.7 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} [-1, 3] \end{bmatrix}$