

Kubische Kostenfunktion

Dokumentnummer: DX1578

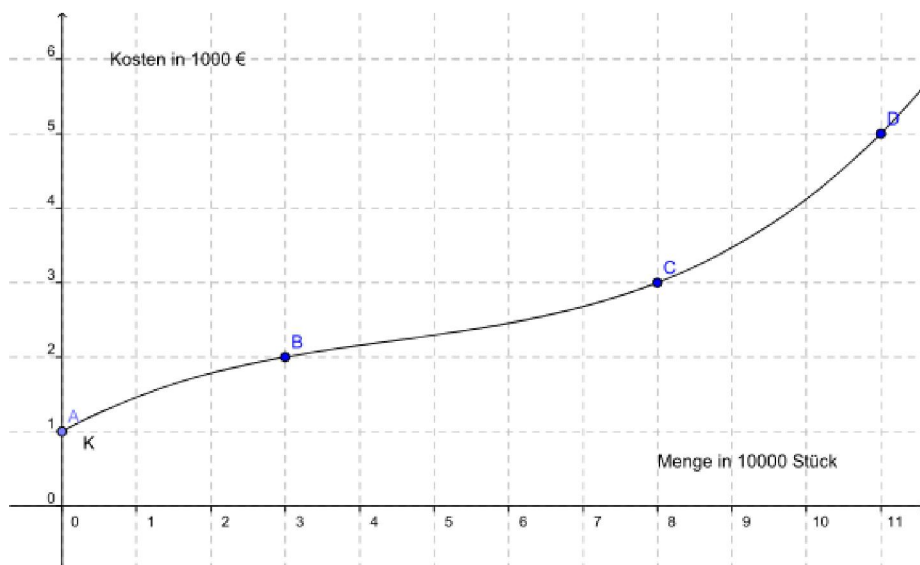
Fachgebiet: Analysis, Kosten- und Preistheorie

Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)

1 Aufgabe



Figure 1: Gegeben ist ein s-förmiger Kostenverlauf. Dieser kann durch eine Funktion dritten Grades beschrieben werden.



2 Lösung

2.1 Dateneingabe

```
(%i1) x1:0$K1:1000$
      x2:30000$K2:2000$
      x3:80000$K3:3000$
      x4:110000$K4:5000$
```

2.2 Bestimmung einer Kostenfunktion 3. Grades

```
(%i9) g(x,K):=K=a*x**3+b*x**2+c*x+d;
```

```
(%o9) g(x,K):=K=a x^3 + b x^2 + c x + d
```

```
(%i10) g1:g(x1,K1);g2:g(x2,K2);g3:g(x3,K3);g4:g(x4,K4);
```

```
(%o10) 1000=d
```

```
(%o11) 2000=d+30000 c+9000000000 b+27000000000000 a
```

```
(%o12) 3000=d+80000 c+6400000000 b+51200000000000 a
```

```
(%o13) 5000=d+110000 c+12100000000 b+133100000000000 a
```

```
(%i14) l:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);
(%o14) [[a= $\frac{3}{440000000000}$ , b= $-\frac{11}{12000000}$ , c= $\frac{361}{6600}$ , d=1000]]
```

```
(%i15) Kostenfunktion:g(x,K),l;
(%o15)  $K = \frac{3x^3}{440000000000} - \frac{11x^2}{12000000} + \frac{361x}{6600} + 1000$ 
```

2.3 Umwandlung in eine Funktion

```
(%i16) K:rhs(Kostenfunktion);
(%o16)  $\frac{3x^3}{440000000000} - \frac{11x^2}{12000000} + \frac{361x}{6600} + 1000$ 
```

```
(%i17) K(x):='K;
(%o17)  $K(x) := \frac{3x^3}{440000000000} - \frac{11x^2}{12000000} + \frac{361x}{6600} + 1000$ 
```

2.4 Bestimmung des Betriebsoptimums

```
(%i18) D(x):=K(x)/x;
(%o18)  $D(x) := \frac{K(x)}{x}$ 
```

```
(%i19) ab:diff(D(x),x);
(%o19)  $\frac{\frac{9x^2}{440000000000} - \frac{11x}{6000000} + \frac{361}{6600}}{x} - \frac{\frac{3x^3}{440000000000} - \frac{11x^2}{12000000} + \frac{361x}{6600} + 1000}{x^2}$ 
```

```
(%i25) l:realroots(ab),numer$
BO:ev(x,l)$
BO:floor(BO*10+0.5)/10.0;
(%o27) 78978.8
```

2.5 Bestimmung der langfristigen Preisuntergrenze (Minimum der Durchschnittskosten)

```
(%i30) LPU:D(BO);
(%o30) 0.037490799624895
```

```
(%i31) LPU:floor(LPU*100+0.5)/100.0;
(%o31) 0.04
```

```
(%i45) ab2:diff(D(x),x,2)$
(%i47) ab2,x=BO;
(%o47) 1.7696105342675203 10-11
```

```
Da die zweite Ableitung > NULL ist, liegt ein Minimum vor.
```

□ 2.6 Festsetzung eines sinnvollen Preises

```
(%i32) p:100*LPU;
(%o32) 4.0
```

```
(%i33) U(x):=p*x;
(%o33) U(x):=p x
```

□ 2.7 Bestimmung der Gewinnzone

```
(%i34) g:U(x)=K(x);
(%o34) 4.0 x =  $\frac{3 x^3}{440000000000} - \frac{11 x^2}{12000000} + \frac{361 x}{6600} + 1000$ 
```

```
(%i36) l:realroots(g),numer;
(%o36) [ x = -696566.9006464779 , x = 253.4510595500469 , x = 830757.89403072 ]
```

```
(%i39) NS:ev(x,l[2])$
NS:floor(NS*100+0.5)/100.0;
(%o40) 253.45
```

```
(%i41) NG:ev(x,l[3])$
NG:floor(NG*100+0.5)/100.0;
(%o42) 830757.89
```

```
(%i43) Gewinnzone:[NS,NG];
(%o43) [ 253.45 , 830757.89 ]
```

□ 2.8 Bestimmung des maximalen Gewinns

```
(%i48) G(x):=U(x)-K(x);
(%o48) G(x):=U(x)-K(x)
```

```
(%i49) ab:diff(G(x),x);
(%o49)  $-\frac{9 x^2}{440000000000} + \frac{11 x}{6000000} + 3.94530303030303$ 
```

```
(%i50) l:realroots(ab),numer;
(%o50) [ x = -396648.4880986512 , x = 486278.1177266538 ]
```

```
(%i51) xC:ev(x,l[2])$
xC:floor(xC*100+0.5)/100.0;
(%o52) 486278.12
```

```
(%i54) Gmax:G(xC)$
Gmax:floor(Gmax*100+0.5)/100.0;
(%o55) 1350263.32
```

□ 2.9 Grafische Darstellung des Gewinnmaximums

```
(%i56) wxplot2d([G(x)], [x,0,800000])$
```

```
(%t56)
```

