

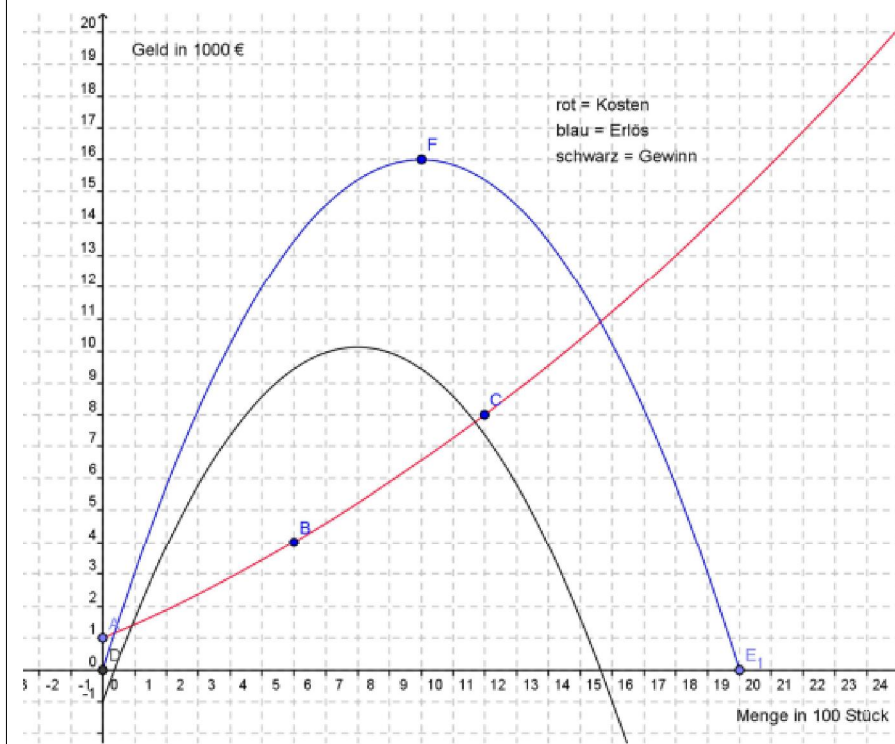
Umfangreiches Beispiel zur Kosten und Preistheorie

Dokumentnummer: DX1584
 Fachgebiet: Analysis, Betriebswirtschaft
 Einsatz: 4HAK (drittes Lernjahr)



1 Darstellung der Situation

Figure 1: Darstellung von Gewinn = Erlös - Kosten
 (mit Geogebra)



```
(%i63) kill(all);
(%o0) done
```

2 Kostenfunktion

2.1 Daten ablesen

```
(%i1) x1:0$K1:1000
/* Koordinaten von Punkt A */$
x2:600$K2:4000
/* Koordinaten von Punkt B */$
x3:1200$K3:8000
/* Koordinaten von Punkt C */$
```

2.2 Quadratische Kostenfunktion

Ansatz

```
(%i7) g(x,K):=K=a*x**2+b*x+c;
```

```
(%o7) g(x,K):=K=a x2+b x+c
```

Gleichungssystem

```
(%i8) g1:g(x1,K1);g2:g(x2,K2);g3:g(x3,K3);
```

```
(%o8) 1000=c
```

```
(%o9) 4000=c+600 b+360000 a
```

```
(%o10) 8000=c+1200 b+1440000 a
```

```
(%i11) l:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);
```

```
(%o11) [[a= $\frac{1}{720}$ , b= $\frac{25}{6}$ , c=1000]]
```

```
(%i12) Kostenfunktion:g(x,K),l;
```

```
(%o12)  $K = \frac{x^2}{720} + \frac{25 x}{6} + 1000$ 
```

Das ist die gesuchte Kostenfunktion

```
(%i13) K:rhs(Kostenfunktion);
```

```
(%o13)  $\frac{x^2}{720} + \frac{25 x}{6} + 1000$ 
```

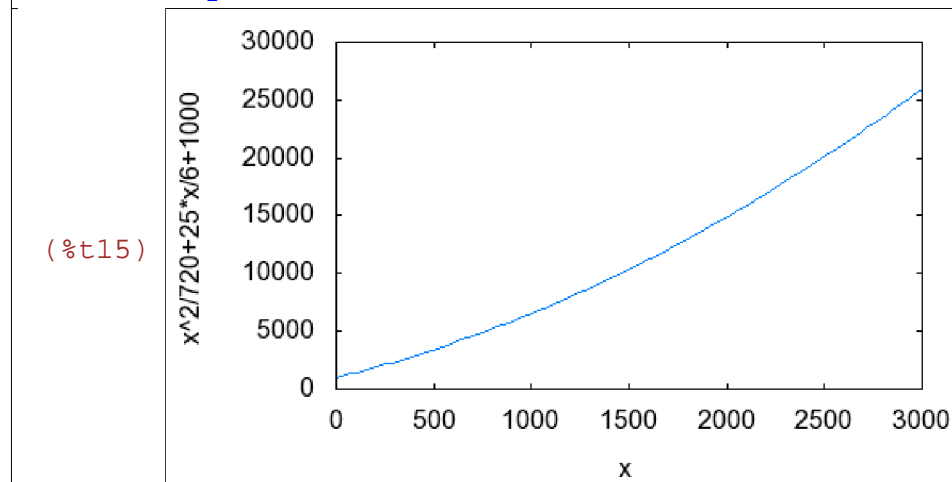
```
(%i14) K(x):='K;
```

```
(%o14)  $K(x) := \frac{x^2}{720} + \frac{25 x}{6} + 1000$ 
```

Die Kostenfunktion in wxMaxima-Schreibweise

2.3 Grafische Darstellung

```
(%i15) wxplot2d([K(x)], [x,0,3000])$
```



3 Erlösfunktion

3.1 Daten ablesen

```
(%i16) x1:0$E1:0
/* Koordinaten von Punkt D */$
x2:1000$E2:16000
/* Koordinaten von Punkt F */$
x3:2000$E3:0
/* Koordinaten von Punkt E */$
```

3.2 Quadratische Erlösfunktion

Ansatz

```
(%i22) g(x,E):=E=a*x**2+b*x+c;
```

```
(%o22) g(x,E):=E=a x2+b x+c
```

Gleichungssystem

```
(%i23) g1:g(x1,E1);g2:g(x2,E2);g3:g(x3,E3);
```

```
(%o23) 0=c
```

```
(%o24) 16000=c+1000 b+1000000 a
```

```
(%o25) 0=c+2000 b+4000000 a
```

```
(%i26) l:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);
```

```
(%o26) [[a=- $\frac{2}{125}$ , b=32, c=0]]
```

```
(%i27) Erloes:g(x,E),l;
```

```
(%o27) E=32 x- $\frac{2 x^2}{125}$ 
```

Das ist die gesuchte Erlösfunktion

```
(%i28) E:rhs(Erloes);
```

```
(%o28) 32 x- $\frac{2 x^2}{125}$ 
```

```
(%i29) E(x):='E;
```

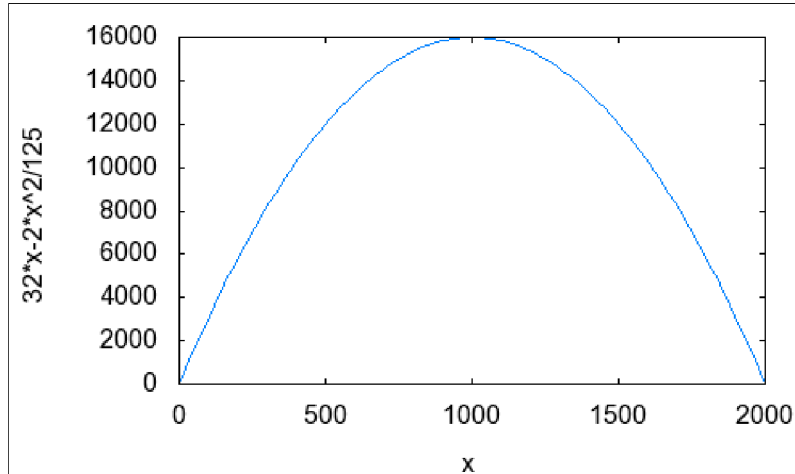
```
(%o29) E(x):=32 x- $\frac{2 x^2}{125}$ 
```

Erlösfunktion in wxMaxima-Schreibweise

3.3 Grafische Darstellung

```
(%i30) wxplot2d([E(x)], [x,0,2000])$
```

```
(%t30)
```



4 Gewinnfunktion

4.1 Funktion

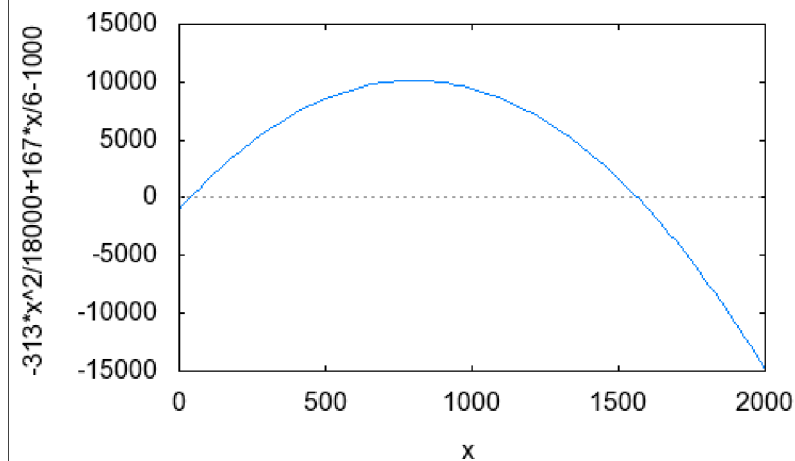
```
(%i31) G(x):=E(x)-K(x)
/* Gewinn = Erlös - Kosten */;
```

```
(%o31) G(x):=E(x)-K(x)
```

4.2 Grafische Darstellung

```
(%i32) wxplot2d([G(x)], [x,0,2000])$
```

```
(%t32)
```



5 Betriebsoptimum

Das Betriebsoptimum ist jene Produktionsmenge, bei der die Durchschnittskosten ein Minimum sind.

Die langfristige Preisuntergrenze ist das Minimum der Durchschnittskosten.

```
(%i63) D(x):=K(x)/x
/* Durchschnittskosten = Gesamtkosten/Menge */;
```

```
(%o63) D(x):=K(x)/x
```

```
(%i34) ab:diff(D(x),x);
```

```
(%o34) 
$$\frac{\frac{x}{360} + \frac{25}{6} - \frac{x^2}{720} + \frac{25x}{6} + 1000}{x^2}$$

```

```
(%i35) l:realroots(ab),numer;
```

```
(%o35) [x=-848.5281374156475 , x=848.5281374156475 ]
```

```
(%i36) BO:ev(x,l[2])$
```

```
BO:floor(BO*10+0.5)/10.0;
```

```
(%o37) 848.5
```

Das ist das Betriebsoptimum

```
(%i38) LPU:D(BO)$
```

```
LPU:floor(LPU*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o39) 6.52
```

Das ist die langfristige Preisuntergrenze

6 Nachfragefunktion

6.1 Funktion

```
(%i40) p:E(x)/x;
```

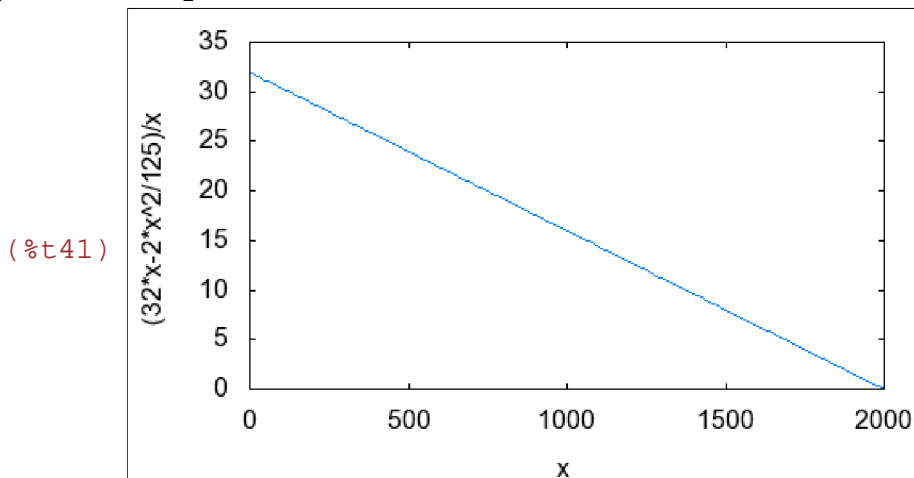
```
(%o40) 
$$\frac{32x - \frac{2x^2}{125}}{x}$$

```

6.2 Grafische Darstellung

```
(%i41) wxplot2d([p], [x,0,2000])$
```

plot2d: expression evaluates to non-numeric value somewhere in plotting range



```
(%i42) p:p,expand;
```

```
(%o42) 
$$32 - \frac{2x}{125}$$

```

6.3 Preisobergrenze

```
(%i43) PO:p,x=0;
(%o43) 32
```

6.4 Sättigungsmenge

```
(%i44) l:realroots(p);
(%o44) [ x=2000 ]
```

```
(%i45) SM:ev(x,l);
(%o45) 2000
```

7 Erlösmaximum

7.1 Erlösmaximale Menge

```
(%i46) ab:diff(E(x),x);
(%o46) 32 - \frac{4x}{125}
```

```
(%i47) l:realroots(ab);
(%o47) [ x=1000 ]
```

```
(%i48) xM:ev(x,l);
(%o48) 1000
```

7.2 Maximaler Erlös

```
(%i49) Emax:E(xM);
(%o49) 16000
```

8 Gewinnzone

```
(%i50) g:E(x)=K(x);
(%o50) 32x - \frac{2x^2}{125} = \frac{x^2}{720} + \frac{25x}{6} + 1000
```

```
(%i51) l:realroots(g),numer;
(%o51) [ x=36.77296307682991, x=1563.866014569998 ]
```

```
(%i52) GS:ev(x,l[1])$
GS:floor(GS*10+0.5)/10.0;
(%o53) 36.8
```

```
(%i54) GG:ev(x,l[2])$
GG:floor(GG*10+0.5)/10.0;
(%o55) 1563.9
```

```
(%i56) Gewinnzone:[GS,GG];
(%o56) [ 36.8, 1563.9 ]
```

9 Gewinnmaximum

9.1 Gewinnmaximale Menge

```
(%i57) ab:diff(G(x),x);
```

```
(%o57)  $\frac{167}{6} - \frac{313x}{9000}$ 
```

```
(%i58) l:realroots(ab),numer;
```

```
(%o58) [x=800.3194887936115]
```

```
(%i59) xC:ev(x,l)$
```

```
xC:floor(xC*10+0.5)/10.0;
```

```
(%o60) 800.3
```

9.2 Maximaler Gewinn

```
(%i61) Gmax:G(xC)$
```

```
Gmax:floor(Gmax*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o62) 10137.78
```