

Zwei Steckbriefaufgaben

1 Aufgabe (a)



Stelle die Gleichung auf:

Die Parabel 4. Ordnung hat in A(0/-3) einen Wendepunkt mit waagerechter Tangente und berührt die x-Achse in B (3/0)

```
(%i30) kill(all);
(%o0) done
```

1.1 Allgemeiner Ansatz

```
(%i1) g(x,y):=y=a*x**4+b*x**3+c*x**2+d*x+e;
(%o1) g(x,y):=y=a x^4+b x^3+c x^2+d x+e
```

```
(%i2) f:rhs(g(x,y));
(%o2) a x^4+b x^3+c x^2+d x+e
```

```
(%i3) f(x):='f;
(%o3) f(x):=a x^4+b x^3+c x^2+d x+e
```

1.2 Gleichungen

```
(%i4) xa:0;ya:-3
/* Koordinaten des Punktes A */;
(%o4) 0
(%o5) -3
```

```
(%i6) xb:3;yb:0
/* Koordinaten des Punktes B */;
(%o6) 3
(%o7) 0
```

```
(%i8) g1:g(xa,ya)
/* Koordinaten des Punktes A einsetzen */;
(%o8) -3=e
```

```
(%i9) g2:g(xb,yb)
/* Koordinaten des Punktes B einsetzen */;
(%o9) 0=e+3 d+9 c+27 b+81 a
```

```
(%i10) ab1:diff(f(x),x)
/* erste Ableitung */;
(%o10) 4 a x^3+3 b x^2+2 c x+d
```

```
(%i11) ab2:diff(f(x),x,2)
/* zweite Ableitung */;
(%o11) 12 a x^2+6 b x+2 c
```

```
(%i12) g3:ab1=0,x=xa
/* im Punkt A gibt es eine horizontale Tangente */;
(%o12) d=0

(%i20) g4:ab2=0,x=xa
/* im Punkt A liegt ein Wendepunkt vor */;
(%o20) 6 a xa+2 b=0

(%i21) g5:ab1=0,x=xb
/* im Punkt B gibt es eine horizontale Tangente */;
(%o21) 3 a xb^2+2 b xb+c=0

(%i22) l:solve([g1,g2,g3,g4,g5],[a,b,c,d,e])
/* Bestimmung der Koeffizienten durch Auflösung
des Gleichungssystems */;
(%o22) [ ]
```

1.3 Ergebnis

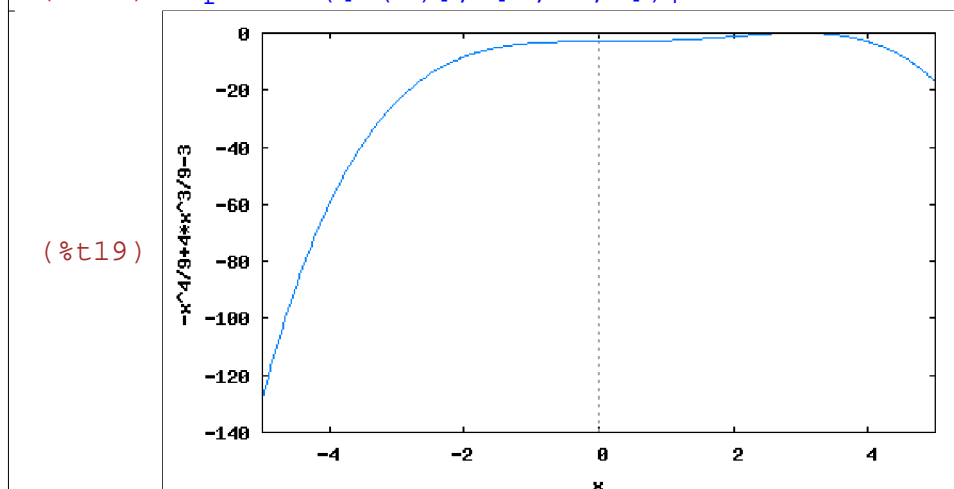
```
(%i16) Loesung:g(x,y),l;
(%o16)  $y = -\frac{x^4}{9} + \frac{4x^3}{9} - 3$ 
```

```
(%i17) f:rhs(Loesung);
(%o17)  $-\frac{x^4}{9} + \frac{4x^3}{9} - 3$ 
```

```
(%i18) f(x):='f;
(%o18)  $f(x) := -\frac{x^4}{9} + \frac{4x^3}{9} - 3$ 
```

1.4 Abbildung

```
(%i19) wxplot2d([f(x)], [x,-5,5])$
```



2 Aufgabe (b)

Die Parabel einer Funktion 3. Grades geht durch den Ursprung. Ihre Wendetangente bei $x=2$ lautet $g(x) = -2x+8$.

```
(%i20) kill(all);
(%o0) done
```

2.1 Allgemeiner Ansatz

```
(%i1) g(x,y):=y=a*x**3+b*x**2+c*x+d;
(%o1) g(x,y):=y=a x3+b x2+c x+d
```

```
(%i2) f:rhs(g(x,y));
(%o2) a x3+b x2+c x+d
```

```
(%i3) f(x):='f;
(%o3) f(x):=a x3+b x2+c x+d
```

2.2 Gleichungen

```
(%i4) x0:0;y0:0;
(%o4) 0
(%o5) 0
```

```
(%i6) g1:g(x0,y0);
(%o6) 0=d
```

```
(%i7) ab1:diff(f(x),x);
(%o7) 3 a x2+2 b x+c
```

```
(%i8) ab2:diff(f(x),x,2);
(%o8) 6 a x+2 b
```

```
(%i9) xw:2;
(%o9) 2
```

```
(%i10) kw:-2;
(%o10) -2
```

```
(%i11) g2:ab2=0,x=xw;
(%o11) 2 b+12 a=0
```

```
(%i12) g3:ab1=kw,x=xw;
(%o12) c+4 b+12 a=-2
```

```
(%i13) h(x):=-2*x+8;
(%o13) h(x):=(-2)x+8
```

```
(%i14) g4:g(xw,h(xw));
(%o14) 4=d+2 c+4 b+8 a
```

```
(%i15) l:solve([g1,g2,g3,g4],[a,b,c,d]);
(%o15) [[a=1, b=-6, c=10, d=0]]
```

2.3 Ergebnis

```
(%i16) Loesung:g(x,y),l;
```

```
(%o16)  $y = x^3 - 6x^2 + 10x$ 
```

```
(%i17) f:rhs(Loesung);
```

```
(%o17)  $x^3 - 6x^2 + 10x$ 
```

```
(%i18) f(x):=''f;
```

```
(%o18)  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 10x$ 
```

□ 2.4 Grafik

```
(%i19) wxplot2d([f(x)], [x,-5,5])$
```

