

# Binomialverteilung: 3-mal würfeln

VON JOHANN WEILHARTER

## Problembeschreibung

Dokumentnummer: D1371

Wir würfeln 3-mal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- a) 0 Sechser kommen,
- b) 1 Sechser kommt,
- c) 2 Sechser kommen oder
- d) 3 Sechser kommen?

## Problemlösung

### Berechnung mit Bernoullikette

Grundmodell (1-mal würfeln)

(%i1)  $W: \{0, 1\}$

(%o1)  $\{0, 1\}$

(%i2)  $P[1]: 1/6$

(%o2)  $\frac{1}{6}$

(%i3)  $P[0]: 1-P[1]$

(%o3)  $\frac{5}{6}$

(%i4)

Erweiterung auf 3-mal würfeln

(%i4)  $S: \text{cartesian\_product}(W, W, W)$

(%o4)  $\{[0, 0, 0], [0, 0, 1], [0, 1, 0], [0, 1, 1], [1, 0, 0], [1, 0, 1], [1, 1, 0], [1, 1, 1]\}$

(%i5)  $A(k) := \text{subset}(S, \lambda([e], \text{is}(e[1]+e[2]+e[3]=k)))$

(%o5)  $A(k) := \text{subset}(S, \lambda([e], \text{is}(e_1 + e_2 + e_3 = k)))$

(%i6)  $A: \text{makelist}(A(k), k, 0, 3)$

(%o6)  $\{ \{[0, 0, 0]\}, \{[0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, 0, 0]\}, \{[0, 1, 1], [1, 0, 1], [1, 1, 0]\}, \{[1, 1, 1]\} \}$

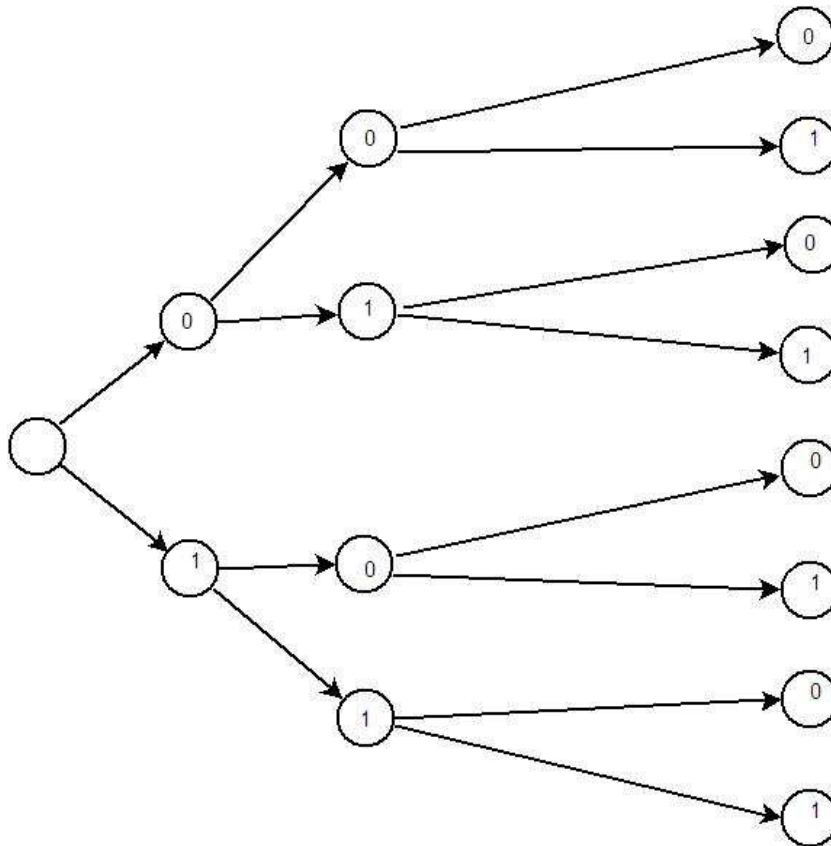
(%i7)  $B: \text{transpose}(A)$

(%o7)  $\begin{pmatrix} \{[0, 0, 0]\} \\ \{[0, 0, 1], [0, 1, 0], [1, 0, 0]\} \\ \{[0, 1, 1], [1, 0, 1], [1, 1, 0]\} \\ \{[1, 1, 1]\} \end{pmatrix}$

(%i8)

cartesian_product	Mengenprodukt
subset	Teilmenge
makelist	erzeuge eine Liste
transpose	transponiere eine Matrix (tausche Zeilen und Spalten)

Tabelle 1. verwendete Maximabefehle



1

Abbildung 1. Ereignisbaum

**Lösung von Aufgabe (a)**

(%i8) B[1]

(%o8) {[0,0,0]}

(%i9) P[0]\*P[0]\*P[0]

(%o9)  $\frac{125}{216}$

(%i10)

**Lösung von Aufgabe (b)**

(%i10) B[2]

(%o10) {[0,0,1],[0,1,0],[1,0,0]}

(%i11)  $P[0]*P[0]*P[1]+P[0]*P[1]*P[0]+P[1]*P[0]*P[0]$

(%o11)  $\frac{25}{72}$

(%i12)

### Lösung von Aufgabe (c)

(%i12)  $B[3]$

(%o12)  $\{[0, 1, 1], [1, 0, 1], [1, 1, 0]\}$

(%i13)  $P[0]*P[1]*P[1]+P[1]*P[0]*P[1]+P[1]*P[1]*P[0]$

(%o14)  $\frac{5}{72}$

(%i15)

### Lösung von Aufgabe (d)

(%i15)  $B[4]$

(%o15)  $\{[1, 1, 1]\}$

(%i16)  $P[1]*P[1]*P[1]$

(%o16)  $\frac{1}{216}$

(%i17)

### Berechnung mit Binomialverteilungsfunktion

(%i17)  $n:3$

(%o17) 3

(%i18)  $p:P[1]$

(%o18)  $\frac{1}{6}$

(%i19)  $W(k):=\text{binomial}(n,k)*p**k*(1-p)**(n-k)$

(%o19)  $W(k):=\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

(%i20)  $A:\text{makelist}(W(k),k,0,n)$

(%o20)  $\left[ \frac{125}{216}, \frac{25}{72}, \frac{5}{72}, \frac{1}{216} \right]$

(%i21)  $B:\text{transpose}(A)$

(%o21)  $\begin{pmatrix} \frac{125}{216} \\ \frac{25}{72} \\ \frac{5}{72} \\ \frac{1}{216} \end{pmatrix}$

(%i22)

binomial(n,k)	n über k, Binomialkoeffizient
makelist	mache eine Liste
transpose	transponiere eine Matrix

Tabelle 2. verwendete Maximabefehle