

/*

Binomialverteilung

(Steiner-Weilharter IV, S.60 - S.61)

/*

Musterbeispiele

/*

(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es in einer Familie mit 4 Kindern genau zwei Mädchen gibt?

(2) Ein Spielwürfel wird 4-mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man keinen Sechser erhält?

/*

Bernoulliversuche

/*

Die Musterbeispiele sind sogenannte Bernoulli-Versuche. Es gibt genau zwei Möglichkeiten für das Eintreffen eines Ereignisses.

(1) Das Kind ist ein Mädchen. - Das Kind ist kein Mädchen.

(2) Es wurde kein Sechser gewürfelt. - Es wurde (mindestens) ein Sechser gewürfelt.

Bezeichnungen:

E = Erfolg

M = Misserfolg

Beispiel für eine Urliste [M,M,M,E,E,M,M,E,E,E,M,M,M,M,M,M ...]

/*

Simulation

/*

Wir simulieren 10000-mal das Experiment "4-mal würfeln"

```
(%i1) wuerfel(i):=random(6)+1;
```

```
(%o1) wuerfel(i) := random(6) + 1
```

```
(%i2) f(k):=makelist(wuerfel(i),i,1,4);
```

```
(%o2) f(k) := makelist(wuerfel(i), i, 1, 4)
```

```
(%i3) load(descriptive)$
```

```
(%i4) versuch:makelist(f(k),k,1,10000);
```

```
versuch[100]
```

<< Ausdruck zu lang um angezeigt zu werden! >>

es ist kein 6er

```
(%i5) E:sublist(versuch,lambda([e],is(not(member(6,e)))));
```

<< Ausdruck zu lang um angezeigt zu werden! >>

```
(%i6) M:sublist(versuch,lambda([e],is(member(6,e))));
```

es ist mindestens ein 6er

<< Ausdruck zu lang um angezeigt zu werden! >>

```
(%i7) e:length(E);
```

```
(%o7) 4851
```

```
(%i8) m:length(M);
```

```
(%o8) 5149
```

```
(%i9) v:e+m;
```

```
(%o9) 10000
```

```
(%i10) W[E]:e/v, numer;
```

günstige Fälle/mögliche
Fälle

```
(%o10) 0.4851
```

```
(%i11) W[E]:floor(W[E]*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o11) 0.49
```

```
/*
```

Das ist das Ergebnis der Simulation

```
/*
```

Theoretische Wahrscheinlichkeit

```
/*
```

Würfeln mit einem unverfälschten Würfel ist ein Laplace-Experiment.
Daher läßt sich die Wahrscheinlichkeit für E auch theoretisch untersuchen.

```
(%i12) W:{1,2,3,4,5,6};
```

```
(%o12) { 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 }
```

```
(%i13) S:cartesian_product(W,W,W,W);
```

<< Ausdruck zu lang um angezeigt zu werden! >>

```
(%i14) E:subset(S,lambda([e],is(not(member(6,e)))));
```

<< Ausdruck zu lang um angezeigt zu werden! >>

```
(%i15) s:cardinality(S);
```

```
(%o15) 1296
```

```
(%i16) e:cardinality(E);
```

```
(%o16) 625
```

```
(%i17) W[E]:e/s, numer;
```

```
(%o17) 0.48225308641975
```

```
(%i18) W[E]:floor(W[E]*100+0.5)/100.0;
```

```
(%o18) 0.48 Berechnungsergebnis mittels "Ereignisalgebra"
```

```
/*
```

Bernoullikette

```
(%i19) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

```
1 = Erfolg
0 = Misserfolg
```

```
(%i1) G:{1,0};
```

```
(%o1) { 0 , 1 }
```

```
(%i2) S:cartesian_product(G,G,G,G);
```

```
(%o2) {[ 0 , 0 , 0 , 0 ], [ 0 , 0 , 0 , 1 ], [ 0 , 0 , 1 , 0 ], [ 0 , 0 , 1 , 1 ], [ 0 , 1 , 0 , 0 ],
[ 0 , 1 , 0 , 1 ], [ 0 , 1 , 1 , 0 ], [ 0 , 1 , 1 , 1 ], [ 1 , 0 , 0 , 0 ], [ 1 , 0 , 0 , 1 ], [ 1 , 0 ,
1 , 0 ], [ 1 , 0 , 1 , 1 ], [ 1 , 1 , 0 , 0 ], [ 1 , 1 , 0 , 1 ], [ 1 , 1 , 1 , 0 ], [ 1 , 1 , 1 , 1 ]}
```

```
(%i3) A:subset(S,lambda([e],is(not(member(1,e)))));
```

```
(%o3) {[ 0 , 0 , 0 , 0 ]}
```

```
(%i4) (5/6)**4;
```

```
(%o4) 
$$\frac{625}{1296}$$

```

```
(%i5) A0:subset(S,lambda([e],is(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]=0)));
```

```
(%o5) {[ 0 , 0 , 0 , 0 ]}
```

```
(%i6) A1:subset(S,lambda([e],is(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]=1)));
```

```
(%o6) {[ 0 , 0 , 0 , 1 ], [ 0 , 0 , 1 , 0 ], [ 0 , 1 , 0 , 0 ], [ 1 , 0 , 0 , 0 ]}
```

```
(%i7) A2:subset(S,lambda([e],is(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]=2)));
```

```
(%o7) { [ 0 , 0 , 1 , 1 ] , [ 0 , 1 , 0 , 1 ] , [ 0 , 1 , 1 , 0 ] , [ 1 , 0 , 0 , 1 ] , [ 1 , 0 , 1 , 0 ] ,
[ 1 , 1 , 0 , 0 ] }
```

```
(%i8) A3:subset(S,lambda([e],is(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]=3)));
```

```
(%o8) { [ 0 , 1 , 1 , 1 ] , [ 1 , 0 , 1 , 1 ] , [ 1 , 1 , 0 , 1 ] , [ 1 , 1 , 1 , 0 ] }
```

```
(%i9) A4:subset(S,lambda([e],is(e[1]+e[2]+e[3]+e[4]=4)));
```

```
(%o9) { [ 1 , 1 , 1 , 1 ] }
```

```
/*
```

hier muss man den Zusammenhang zu den Binomialkoeffizienten herstellen

```
(%i10) A(k):=subset(S,lambda([e],is(sum(e[i],i,1,4)=k)));
```

```
(%o10) A(k) := subset(S, lambda([ e ], is(sum(e_i, i, 1, 4) = k)))
```

```
(%i11) faelle:transpose(makelist(A(k),k,0,4));
```

```
(%o11) [
          { [ 0 , 0 , 0 , 0 ] }
        { [ 0 , 0 , 0 , 1 ] , [ 0 , 0 , 1 , 0 ] , [ 0 , 1 , 0 , 0 ] , [ 1 , 0 , 0 , 0 ] }
{ [ 0 , 0 , 1 , 1 ] , [ 0 , 1 , 0 , 1 ] , [ 0 , 1 , 1 , 0 ] , [ 1 , 0 , 0 , 1 ] , [ 1 , 0 , 1 , 0 ] , [ 1 , 1 , 0 , 0 ] }
        { [ 0 , 1 , 1 , 1 ] , [ 1 , 0 , 1 , 1 ] , [ 1 , 1 , 0 , 1 ] , [ 1 , 1 , 1 , 0 ] }
          { [ 1 , 1 , 1 , 1 ] }
]
```

```
(%i12) n:4;
```

```
(%o12) 4
```

```
(%i13) p:1/6;
```

```
(%o13)  $\frac{1}{6}$ 
```

```
(%i14) W(k):=binomial(n,k)*p**k*(1-p)**(n-k);
```

```
(%o14)  $W(k) := \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$  das ist die Formel
für die Binomialver-
teilung
```

```
(%i15) P:transpose(makelist(W(k),k,0,n));
```

(%o15)

$$\left[\begin{array}{l} \frac{625}{1296} \\ \frac{125}{324} \\ \frac{25}{216} \\ \frac{5}{324} \\ \frac{1}{1296} \end{array} \right] \begin{array}{l} k = 0 \\ \\ \\ \\ k = 4 \end{array}$$

(%i16) %,numer;

(%o16)

$$\left[\begin{array}{l} 0.48225308641975 \\ 0.3858024691358 \\ 0.11574074074074 \\ 0.015432098765432 \\ 7.716049382716049 \cdot 10^{-4} \end{array} \right]$$

(%i17) print(faelle,P)\$

$$\left[\begin{array}{l} \{[0,0,0,0]\} \\ \{[0,0,0,1],[0,0,1,0],[0,1,0,0],[1,0,0,0]\} \\ \{[0,0,1,1],[0,1,0,1],[0,1,1,0],[1,0,0,1],[1,0,1,0],[1,1,0,0]\} \\ \{[0,1,1,1],[1,0,1,1],[1,1,0,1],[1,1,1,0]\} \\ \{[1,1,1,1]\} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \frac{625}{1296} \\ \frac{125}{324} \\ \frac{25}{216} \\ \frac{5}{324} \\ \frac{1}{1296} \end{array} \right]$$

(%i18)