

# □ Normalverteilung

Dokumentnummer: DX1222  
 Fachgebiet: Wahrscheinlichkeitsverteilung,  
 Normalverteilung  
 Einsatz: 5HAK (viertes Lernjahr)

## □ 1 Dichtefunktion der Normalverteilung

Figure 1: Dichte-Funktion der Normalverteilung  
(aus der Maxima-Hilfe)

```
pdf_normal (x,m,s) Function
Returns the value at x of the density function of a Normal(m, s) random variable,
with s > 0. To make use of this function, write first load(distrib).
```

□ (%i130) load(distrib)\$

Figure 2: Dichtefunktion der Normalverteilung  
(aus Wikipedia)

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$$

□ (%i162) d(x,m,s):=1/(s\*sqrt(2\*pi))\*exp(-1/2\*((x-m)/s)\*\*2) /\* Normalverteilungsdichte \*/;

□ (%o162) d(x, m, s) :=  $\frac{1}{s\sqrt{2\pi}} \exp\left(\frac{-1}{2}\left(\frac{x-m}{s}\right)^2\right)$

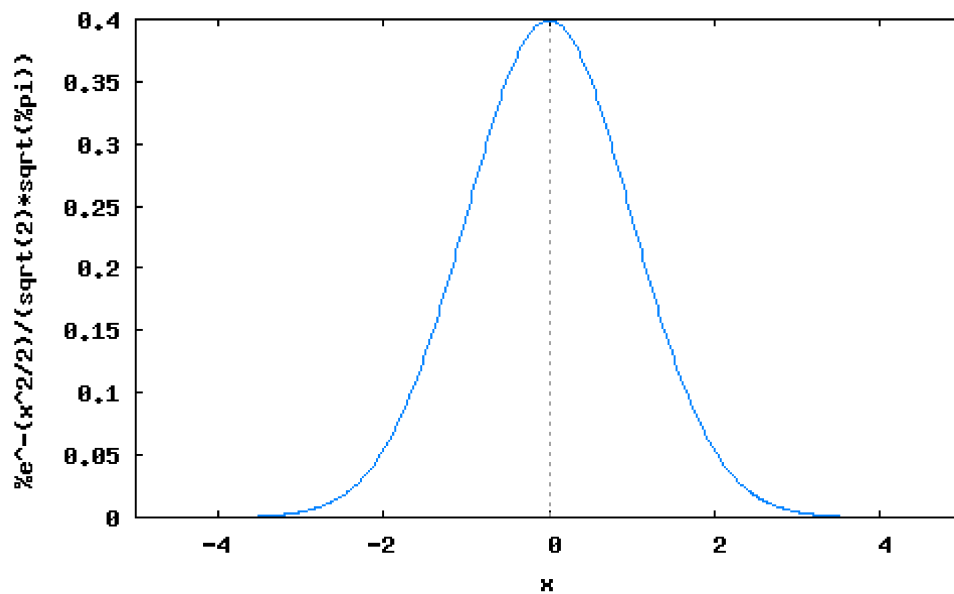
□ Die Standardnormalverteilung hat den Mittelwert m=0 und die Streuung s=1

□ (%i132) f(x):=d(x,0,1) /\* Dichtefunktion der Standard-  
Normalverteilung \*/;

□ (%o132) f(x) := d(x, 0, 1)

```
(%i133) wxplot2d([f(x)], [x,-5,5])$
```

```
(%t133)
```

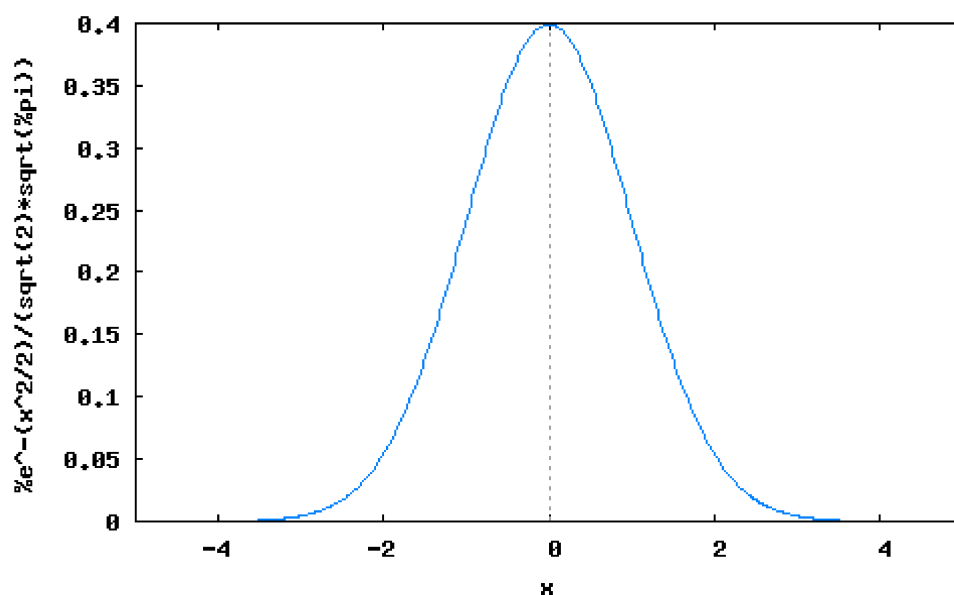


```
(%i134) f(x):=pdf_normal(x,0,1) /* Standard-Normalverteilung
                                     mit Unterprogramm distrib */;
```

```
(%o134) f(x):=pdf_normal(x,0,1)
```

```
(%i135) wxplot2d([f(x)], [x,-5,5])$
```

```
(%t135)
```



## 1.1 Grenzwerte der Dichtefunktion

```
(%i136) limit(f(x),x,inf);
```

```
(%o136) 0
```

```
(%i137) limit(f(x),x,minf);
```

```
(%o137) 0
```

## 1.2 Standardverteilung als Integralfunktion

```
(%i138) h(x):=integrate(f(t),t,minf,x);
```

```
(%o138) h(x):= ∫-∞x f(t) dt
```

```
(%i139) wxplot2d([h(x)], [x,-5,5])$
```

```
(%t139)
```

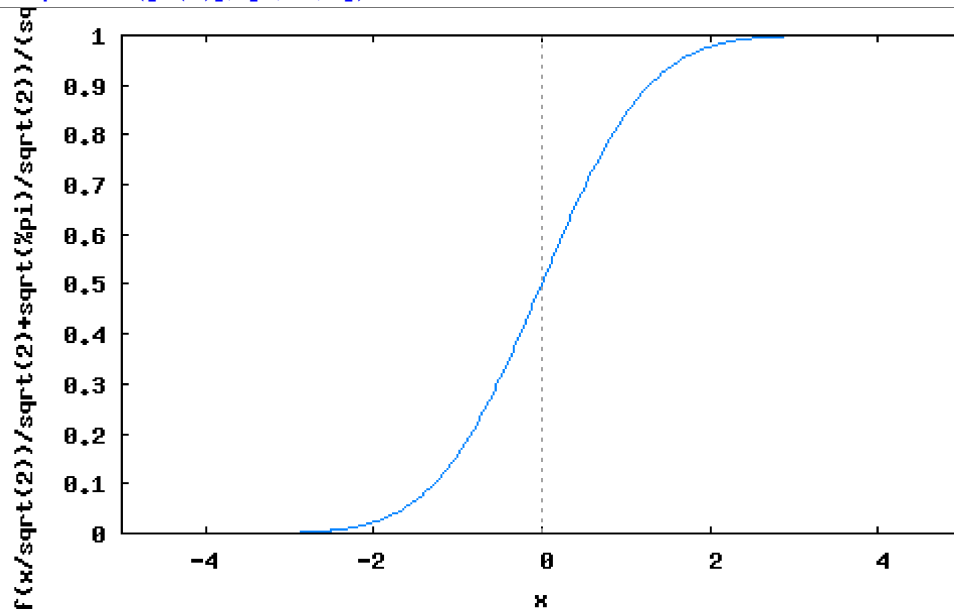


Figure 3: Normalverteilung  
(aus Maxima-Hilfe)

```
cdf_normal (x,m,s)
```

Function

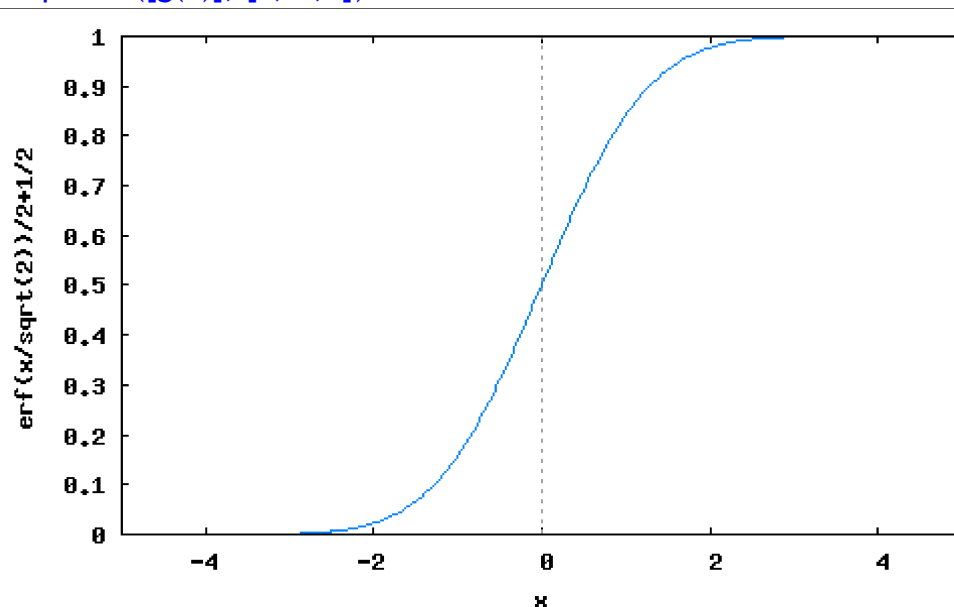
Returns the value at  $x$  of the distribution function of a  $Normal(m, s)$  random variable, with  $s > 0$ . This function is defined in terms of Maxima's built-in error function `erf`.

```
(%i164) g(x):=cdf_normal(x,0,1) /* Standard-Normalverteilung  
mit Unterprogramm distrib */;
```

```
(%o164) g(x):=cdf_normal(x,0,1)
```

```
(%i141) wxplot2d([g(x)], [x,-5,5])$
```

```
(%t141)
```



## 1.3 Grenzwerte der Standard-Normalverteilung

```
(%i142) limit(g(x),x,inf);
```

```
(%o142) 1
```

```
(%i143) limit(g(x),x,minf);
```

```
(%o143) 0
```

## 2 Normalverteilung

Parameter der Normalverteilung sind:  
 m = der Erwartungswert (Mittelwert)  
 s = die Streuung (Standardabweichung)

```
(%i144) m:5;s:1;
```

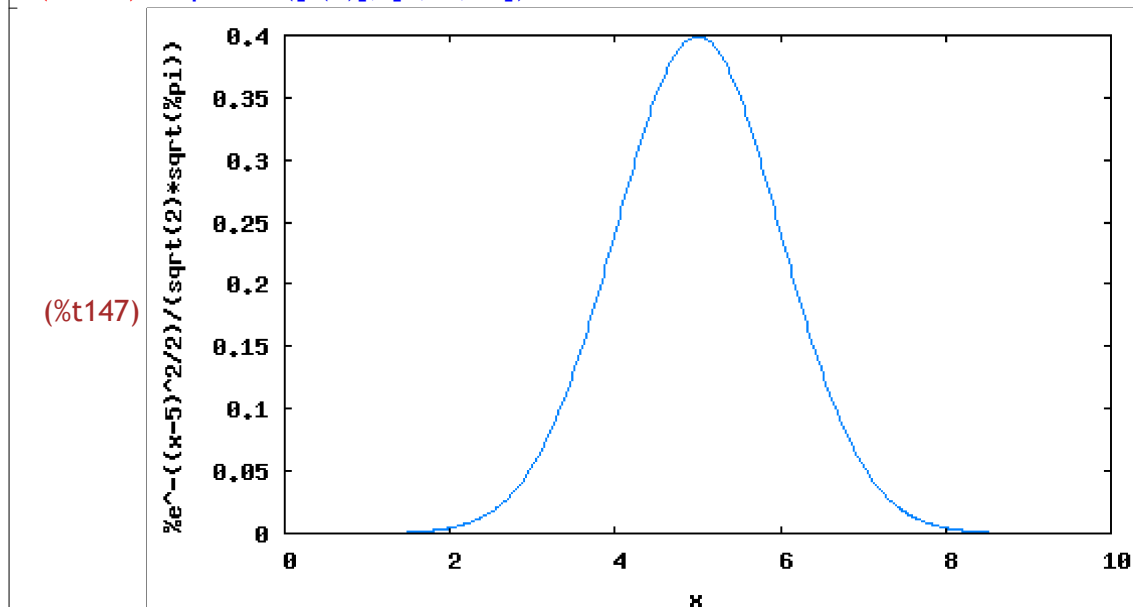
```
(%o144) 5
```

```
(%o145) 1
```

```
(%i146) f(x):=pdf_normal(x,m,s);
```

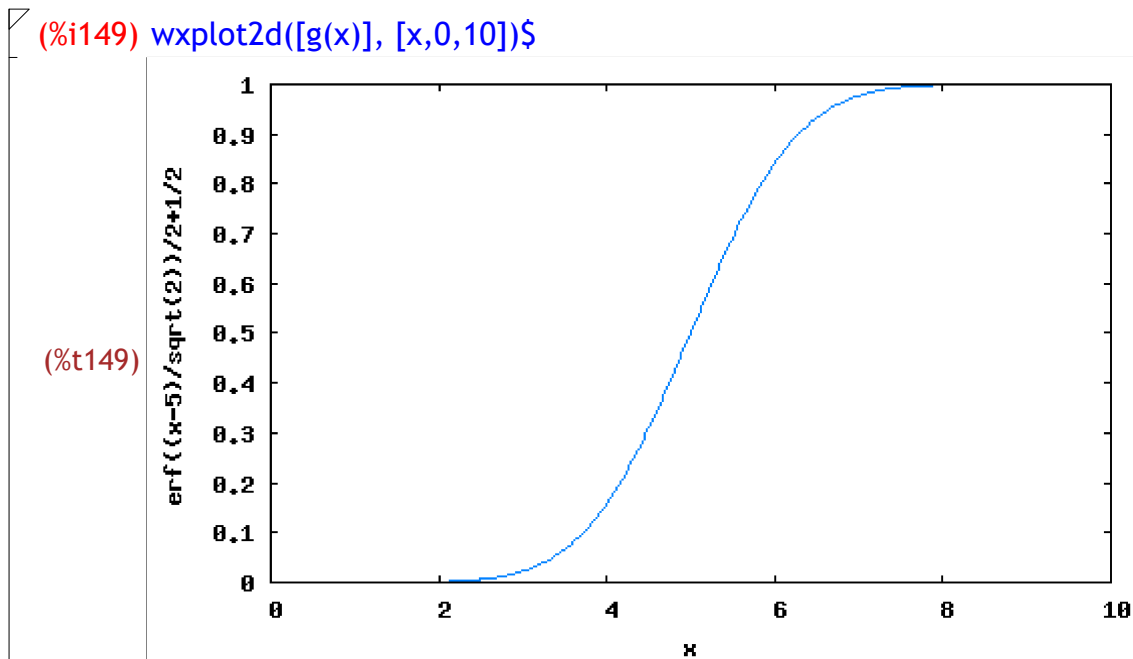
```
(%o146) f(x):=pdf_normal(x,m,s)
```

```
(%i147) wxplot2d([f(x)], [x,-0,10])$
```



```
(%i148) g(x):=cdf_normal(x,m,s);
```

```
(%o148) g(x):=cdf_normal(x,m,s)
```



### 3 Die Umkehrfunktion

Figure 4: Umkehrfunktion der Normalverteilung  
(aus der Maxima-Hilfe)

```
quantile_normal (q,m,s) Function
Returns the q-quantile of a Normal(m,s) random variable, with  $s > 0$ ; in other
words, this is the inverse of cdf_normal. Argument q must be an element of  $[0,1]$ .
To make use of this function, write first load(distrib).
```

```
(%i150) a:g(m);
```

```
(%o150)  $\frac{1}{2}$ 
```

```
(%i151) quantile_normal(a,m,s);
```

```
(%o151) 5
```

```
(%i152) a:g(3.5),numer;
```

```
(%o152) 0.066807201268858
```

```
(%i153) quantile_normal(a,m,s),numer;
```

```
(%o153) 3.5
```

### 4 Anwendungsbeispiel

**Figure 5: Aus dem Internet**  
( von Jutta Gerhard w. Gut)

In Mathematikanien wurde die Körpergröße aller Studenten gemessen. Es stellte sich heraus, dass die Größe normalverteilt ist, mit dem Erwartungswert  $\mu = 175$  cm und der Standardabweichung  $\sigma = 7,5$  cm.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Student

- kleiner als 160 cm
- größer als 180 cm
- zwischen 170 und 182 cm groß ist?

(%i154) m:175;s:7.5;

(%o154) 175

(%o155) 7.5

(%i156) WA:cdf\_normal(160,m,s),numer;WA:floor(WA\*10000+0.5)/10000.0;

(%o156) 0.022750131948179

(%o157) 0.0228

(%i158) WB:1-cdf\_normal(180,m,s),numer;WB:floor(WB\*10000+0.5)/10000.0;

(%o158) 0.25249253754692

(%o159) 0.2525

(%i160) WC:cdf\_normal(182,m,s)-cdf\_normal(170,m,s),numer;  
WC:floor(WC\*10000+0.5)/10000.0;

(%o160) 0.57218351760085

(%o161) 0.5722

**Figure 6: Die Lösungen laut Jutta Gerhard bzw. Gut**

a) 0,0228    b) 0,2514    c) 0,5724