

Maximaler Umsatz

Dokumentnummer: D1901

Fachgebiet: lineare Funktion, quadratische Funktion

lineares Gleichungssystem

Extremwertaufgaben

Kosten- und Preistheorie

(%i24) kill(all)\$

Ein Musterbeispiel

Losverkauf bei Maturaball:

a) bei einem Preis von € 1,-- können 1500 Lose verkauft werden,

b) bei einem Preis von € 2,-- können nur 1000 Lose verkauft werden.

Man bestimme den Lospreis der den maximalen Umsatz bringt.

Die Lösung

(%i1) p1:1;x1:1500;p2:2;x2:1000 /* dieses Zahlenmaterial könnte man adaptieren */;

(%o1) 1

(%o2) 1500

(%o3) 2

(%o4) 1000

Ansatz für eine lineare Nachfragefunktion

(%i5) g(x,p):=p=a*x+b;

(%o5) $g(x, p) := p = a x + b$

Daraus ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

(%i6) g1:g(x1,p1);g2:g(x2,p2);

(%o6) $1 = b + 1500 a$

(%o7) $2 = b + 1000 a$

Optimaler Lospreis bei Tombola

Lösung des Gleichungssystems

```
(%i8) l:solve([g1,g2],[a,b]);
```

```
(%o8) [ [ a = - $\frac{1}{500}$ , b = 4 ] ]
```

Ermittlung der Koeffizienten

```
(%i9) A:a,l[1][1];B:b,l[1][2];
```

```
(%o9) - $\frac{1}{500}$ 
```

```
(%o10) 4
```

Ermittlung der Nachfragefunktion

```
(%i11) p:A*x+B;
```

```
(%o11) 4 -  $\frac{x}{500}$ 
```

```
(%i12) p(x):="p";
```

```
(%o12) p(x) := 4 -  $\frac{x}{500}$ 
```

```
(%i13) p_max:p(0) /* das ist die Preisobergrenze - die Nachfrage ist NULL */;
```

```
(%o13) 4
```

```
(%i14) l:solve(p=0,x) /* die Sättigungsmenge erhält man, wenn der Preis NULL ist */;
```

```
(%o14) [ x = 2000 ]
```

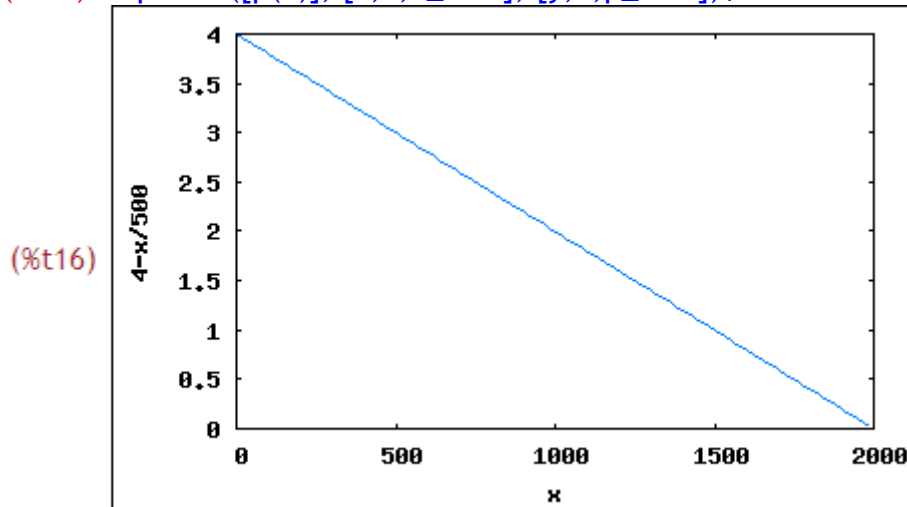
```
(%i15) x_max:x,l;
```

```
(%o15) 2000
```

Optimaler Lospreis bei Tombola

Grafische Darstellung der Nachfragefunktion

```
(%i16) wxplot2d([p(x)], [x,0,x_max], [y,0,p_max])$
```



Ermittlung der Umsatzfunktion

```
(%i17) U:=p*x,expand /* Umsatz ist Menge x Preis */;
```

```
(%o17) 4 x -  $\frac{x^2}{500}$ 
```

```
(%i18) U(x):="U /* den Umsatz bezeichnet man auch als Erlös */;
```

```
(%o18) U(x) := 4 x -  $\frac{x^2}{500}$ 
```

Optimaler Lospreis bei Tombola

Bestimmung des optimalen Umsatzes

(%i19) ab:diff(U,x) /* wir bestimmen die erste Ableitung der Umsatzfunktion */;

(%o19) $4 - \frac{x}{250}$

(%i20) l:solve(ab=0,x) /* die erste Ableitung muss NULL sein */;

(%o20) [$x = 1000$]

(%i21) p_opt:p,l /* das ist der umsatzmaximale Preis */;

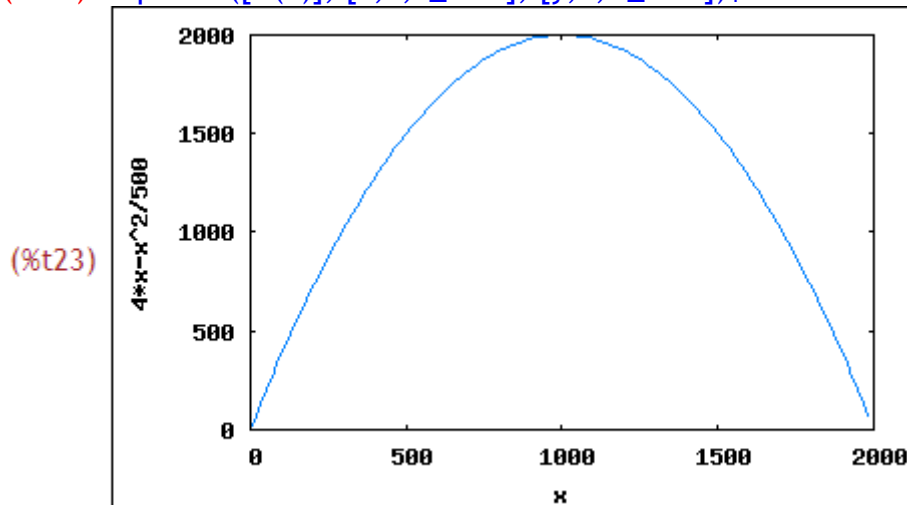
(%o21) 2

(%i22) U_max:U,l /* wenn man den optimalen Preis einsetzt, erhält man den maximalen Umsatz */;

(%o22) 2000

Die grafische Darstellung der Umsatzfunktion

(%i23) wxplot2d([U(x)], [x,0,x_max], [y,0,U_max])\$



Created with [wxMaxima](#).