

# Durchdringung zweier Kugeln

Dokumentnummer: DX1105

Fachgebiet: Geometrie, Flächenintegral, Raumintegral  
Funktionen, Schnittpunkte, Nullstellen

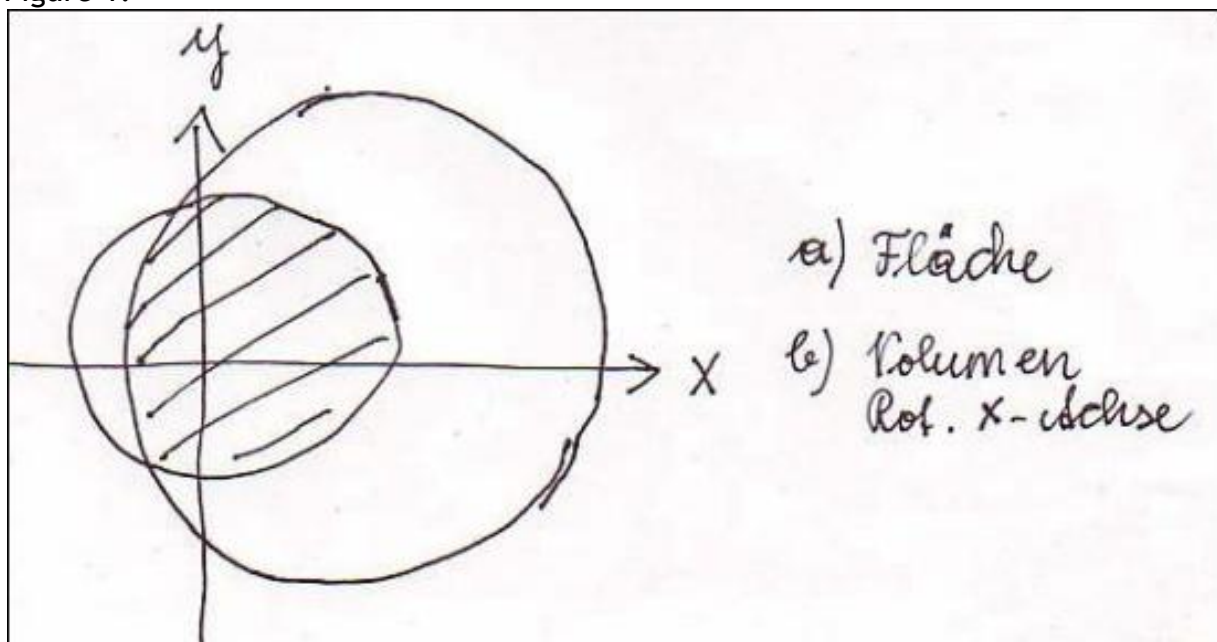
## 1 Aufgabenstellung

Zwei Kreise in der skizzierten Art rotieren um die x-Achse.

Es entsteht eine Durchdringung zweier Kugeln.

Die Querschnittfläche und das Volumen sollen bestimmt werden.

Figure 1:



## 2 Lösung

```
(%i19) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

### 2.1 Kreisgleichungen

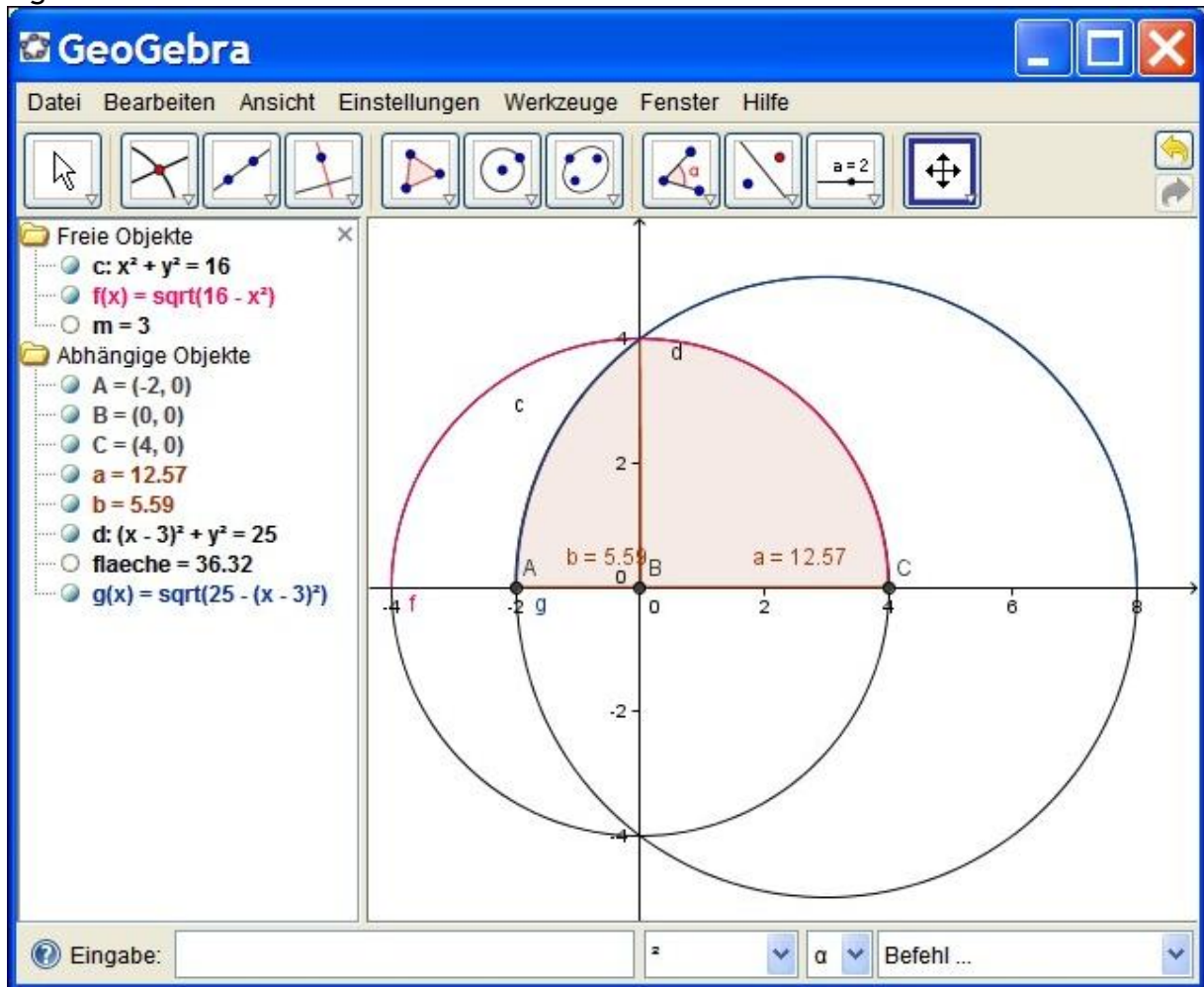
```
(%i1) kreis1:x**2+y**2=16;kreis2:(x-3)**2+y**2=25;
```

```
(%o1)  $y^2 + x^2 = 16$ 
```

```
(%o2)  $y^2 + (x - 3)^2 = 25$ 
```

## 2.2 Betrachtung mit Geogebra

Figure 2:



## 2.3 Berechnungen mit Maxima

### Schnittpunkte

```
(%i3) l:solve([kreis1,kreis2],[x,y]);
(%o3) [[x=0,y=-4],[x=0,y=4]]
```

### Nullstellen

```
(%i4) l:solve(ev(kreis1,y=0),x);
(%o4) [x=-4,x=4]
```

```
(%i5) l:solve(ev(kreis2,y=0),x);
(%o5) [x=-2,x=8]
```

## Durchdringung zweier Kugeln, Integralrechnung

```
(%i6) kill(y);  
(%o6) done
```

```
(%i7) l:solve(kreis1,y);  
(%o7) [y = -sqrt(16 - x^2), y = sqrt(16 - x^2)]
```

```
(%i8) y:ev(y,l[2]);  
(%o8) sqrt(16 - x^2)
```

### Funktion (Halbkreis 1)

```
(%i9) v1:y**2;  
(%o9) 16 - x^2
```

```
(%i10) A:integrate(y,x,0,4);  
(%o10) 4 %pi
```

```
(%i11) kill(y);  
(%o11) done
```

```
(%i12) l:solve(kreis2,y);  
(%o12) [y = -sqrt(-x^2 + 6x + 16), y = sqrt(-x^2 + 6x + 16)]
```

### Funktion (Halbkreis 2)

```
(%i13) y:ev(y,l[2]);  
(%o13) sqrt(-x^2 + 6x + 16)
```

```
(%i14) v2:y**2;  
(%o14) -x^2 + 6x + 16
```

```
(%i15) B:integrate(y,x,-2,0);  
(%o15)  $\frac{25\%pi}{4} - \frac{25\operatorname{asin}\left(\frac{3}{5}\right) + 12}{2}$ 
```

### Die gesuchte Fläche

## Durchdringung zweier Kugeln, Integralrechnung

---

(%i16) FL:2\*(A+B),numer;FL:floor(FL\*100+0.5)/100.0;

(%o16) 36.31512167875865

(%o17) 36.32

### Volumsintegrale

(%i18) C:%pi\*integrate(v2,x,-2,0);

(%o18)  $\frac{52 \pi}{3}$

(%i19) D:%pi\*integrate(v1,x,0,4);

(%o19)  $\frac{128 \pi}{3}$

### Das gesuchte Volumen

(%i22) VO:C+D,numer;VO:floor(VO\*100+0.5)/100.0;

(%o22) 188.4955592153876

(%o23) 188.5

---

Created with [wxMaxima](#).