

## Integralrechnung

Dokumentnummer: DX1092

Fachgebiet: Analysis, Integralrechnung, Fläche, Volumen

Quelle: Jutta Gut, Berufsreifeprüfung 1999

### Problembeschreibung

Ein Bierfass ist 8 dm hoch, sein Durchmesser beträgt in der Mitte 8 dm und am Rand 6 dm. Die Fassdauben haben die Form einer Parabel.

a) Zeichnen Sie das Fass in ein geeignetes Koordinatensystem ein (siehe Skizze) und ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Parabel (quadratische Funktion).

(2 P.)

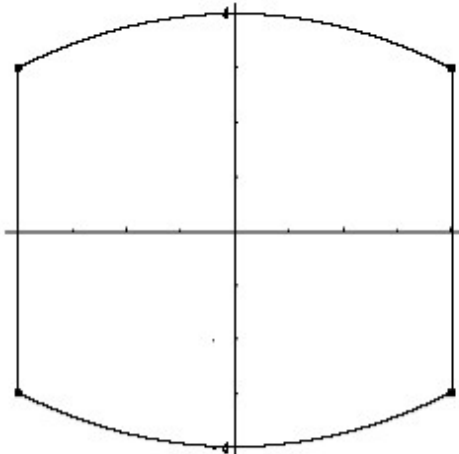
b) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittfläche (1 Dez.)

(3 P.)

c) Wie groß ist das Volumen des Fasses? (1 Dez.)

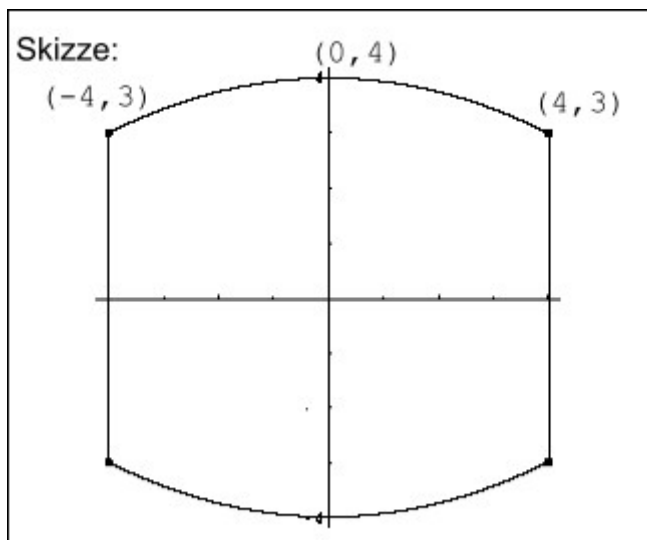
(3 P.)

Skizze:



## Problemlösung

- a) Zeichnen Sie das Fass in ein geeignetes Koordinatensystem ein (siehe Skizze) und ermitteln Sie die Funktionsgleichung der Parabel (quadratische Funktion).



(%i1) x1:-4;y1:3;x2:0;y2:4;x3:4;y3:3;

(%o1) - 4

(%o2) 3

(%o3) 0

(%o4) 4

(%o5) 4

(%o6) 3

(%i7) g(x,y):=y=a\*x\*\*2+b\*x+c;

(%o7)  $g(x, y) := y = a x^2 + b x + c$

(%i8) g1:g(x1,y1);g2:g(x2,y2);g3:g(x3,y3);

(%o8)  $3 = c - 4b + 16a$

(%o9)  $4 = c$

(%o10)  $3 = c + 4b + 16a$

(%i11) l:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);

(%o11) [ [  $a = -\frac{1}{16}$ ,  $b = 0$ ,  $c = 4$  ] ]

(%i12) Parabel:y=a\*x\*\*2+b\*x+c,l;

(%o12)  $y = 4 - \frac{x^2}{16}$

(%i15) f:rhs(Parabel);f(x):="f";

(%o15)  $4 - \frac{x^2}{16}$

(%o16)  $f(x) := 4 - \frac{x^2}{16}$

b) Berechnen Sie den Inhalt der Querschnittfläche (1 Dez.)

(%i22) QF:2\*integrate(f(x),x,-4,4);

(%o22)  $2 \int_{-4}^4 4 - \frac{x^2}{16} dx$

(%i18) QF:2\*integrate(f(x),x,-4,4);QF:floor(QF\*10+0.5)/10.0;

(%o18)  $\frac{176}{3}$

(%o19) 58.7

c) Wie groß ist das Volumen des Fasses? (1 Dez.)

(%i23) V:%pi\*integrate((f(x))\*\*2,x,-4,4);

(%o23) 
$$\pi \int_{-4}^4 \left(4 - \frac{x^2}{16}\right)^2 dx$$

(%i20) V:%pi\*integrate((f(x))\*\*2,x,-4,4);V:floor(V\*10+0.5)/10.0;

(%o20) 
$$\frac{1624 \pi}{15}$$

(%o21) 340.1

---

Created with [wxMaxima](#).