Gewinnzone und maximaler Gewinn

Dokumentnummer: DX1082
Fachgebiet: Analysis, Differentialrechnung, Extremwertaufgaben, Kosten- und Preistheorie, Gewinnzone,
Nutzenschwelle, Cournotsche Menge
Quelle: Bildungsstandards BMUKK, Angewandte Mathematik, S. 37

Problembeschreibung

Aufgabe:

Der Gewinn G für ein bestimmtes Produkt in Abhängigkeit von der Absatzmenge x lässt sich durch die Funktionsgleichung $G(x) = -x^3 + 2x^2 + 75x - 100$ beschreiben. x ist hier als Absatzmenge in Mengeneinheiten ME zu verstehen.
Wie lässt sich aus dieser Angabe bestimmen, bei welchen Absatzmengen überhaupt ein Gewinn zu erwarten ist, und wann der Gewinn optimal sein wird?

Technologieeinsatz	☐ nicht vorgesehen	☒ frei gestellt	☐ erforderlich

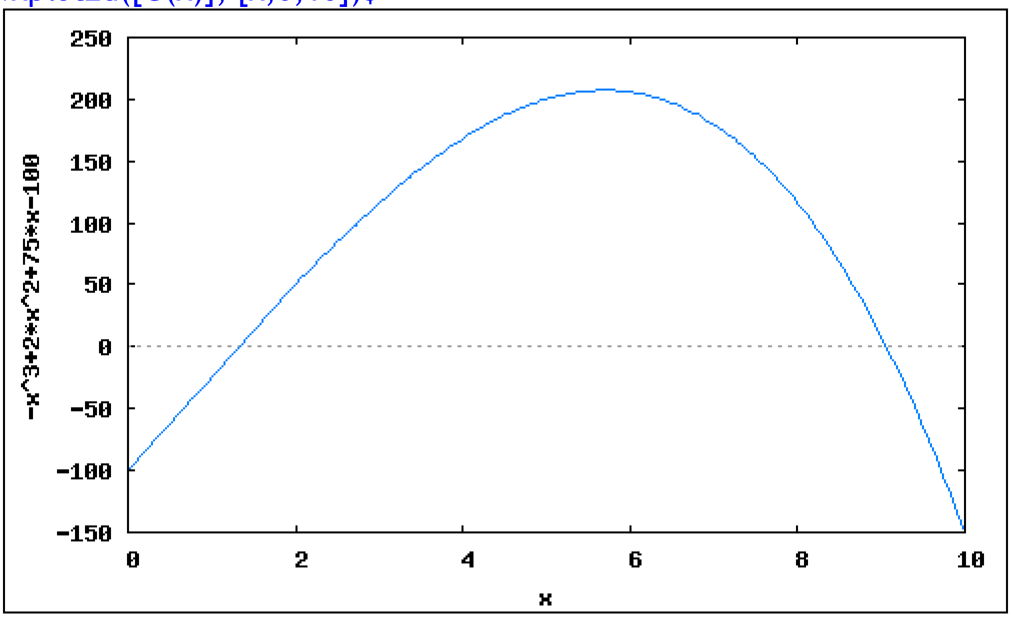
Problemlösung

(%i1) G(x):=-x**3+2*x**2+75*x-100;

(%o1) $G(x) := -x^3 + 2x^2 + 75x - 100$

(%i5) wxplot2d([G(x)], [x,0,10])$

(%t5)



(%i7) l:realroots(G(x)),numer;

(%o7) [$x = -8.377461820840836$, $x = 1.31753745675087$, $x = 9.059924334287643$]

```
(%i14) NS:ev(x,l[2]);NS:floor(NS*10+0.5)/10.0;
(%o14) 1.31753745675087
(%o15) 1.3

(%i12) NG:ev(x,l[3]);NG:floor(NG*10+0.5)/10.0;
(%o12) 9.059924334287643
(%o13) 9.1

(%i16) Gewinnzone:[NS,NG];
(%o16) [ 1.3 , 9.1 ]

(%i18) ab:diff(G(x),x);
```

(%o18) $-3x^2+4x+75$

```
(%i20) l:realroots(ab),numer;
(%o20) [ x = - 4.377581983804703 , x = 5.710915297269821 ]

(%i22) xC:ev(x,l[2]);xC:floor(xC*10+0.5)/10.0;
(%o22) 5.710915297269821
(%o23) 5.7

(%i25) Gmax:G(xC);Gmax:floor(Gmax*100+0.5)/100.0;
(%o25) 207.287
(%o26) 207.29

(%i28) Ergebnis:matrix(
 ["Gewinnzone",Gewinnzone],
 ["gewinnmaximale Menge",xC],
 ["maximaler Gewinn",Gmax]
);
```

(%o28) $\begin{bmatrix} \textit{Gewinnzone} & [1.3, 9.1] \\ \textit{gewinnmaximale Menge} & 5.7 \\ \textit{maximaler Gewinn} & 207.29 \end{bmatrix}$

Created with [wxMaxima](http://wxmaxima.sourceforge.net).