Kosten- und Preistheorie

Dokumentnummer: DX1052
Fachgebiet: Funktionen
Nullstellen
Extremwerte
Grafik

Quelle: Jutta Gut, Berufsreifeprüfung (im Internet)

Anmerkung: ATS waren "Österreichische Schillinge"

Problembeschreibung

Eine Aufgabe zur Kosten- und Preistheorie ist zu lösen.

Problemlösung

1. Die Firma „Lollipop" erzeugt ein neues Spielzeug.
   a) Die Fixkosten betragen 9000 ATS pro Woche, die Grenzkostenfunktion ist gegeben durch
   $K'(x) = 0{,}003x^2 - 2x + 340$.
   Ermitteln Sie die Betriebskostenfunktion!

```
>> VK:0.003*x**2-2*x+340;F:9000;
```

(%o72) $0.003\,x^2 - 2\,x + 340$

(%o73) 9000

```
>> K:integrate(VK,x)+F;
```

(%o74) $0.001\,x^3 - x^2 + 340\,x + 9000$

b) Bei einem Stückpreis von 400 ATS können 100 Stück pro Woche verkauft werden. Aus einer Umfrage weiß man, dass man bei einem Preis von 160 ATS 300 Stück, bei 70 ATS 400 Stück verkaufen könnte. Wie lautet die Gleichung der quadratischen Nachfragefunktion?

```
>> p1:400;x1:100;p2:160;x2:300;p3:70;x3:400;
```

(%o75) 400

(%o76) 100

(%o77) 160

(%o78) 300

(%o79) 70

(%o80) 400

```
>> g(p,x):=p=a*x**2+b*x+c;
```

(%o81) $g(p, x) := p = a\,x^2 + b\,x + c$

```
>> g1:g(p1,x1);g2:g(p2,x2);g3:g(p3,x3);
```

(%o82) $400 = c + 100\,b + 10000\,a$

(%o83) $160 = c + 300\,b + 90000\,a$

(%o84) $70 = c + 400\,b + 160000\,a$

```
>> l:solve([g1,g2,g3],[a,b,c]);
```

(%o85) $[\,[\,a = \frac{1}{1000},\ b = -\frac{8}{5},\ c = 550\,]\,]$

```
>> Nachfrage:rhs(g(p,x)),l[1];
```

(%o86) $\frac{x^2}{1000} - \frac{8\,x}{5} + 550$

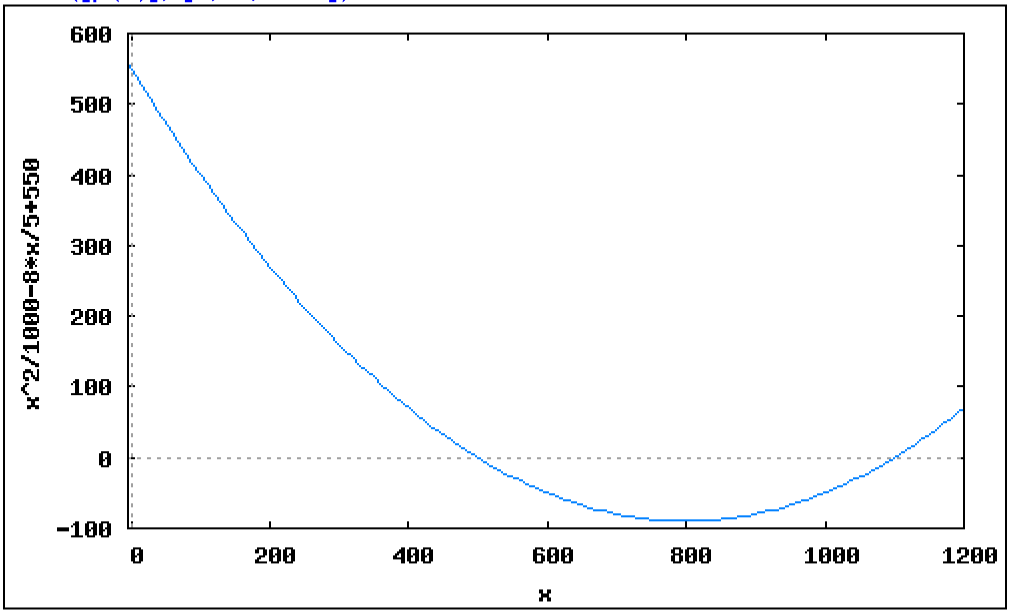
c) Die Nachfragefunktion wird mit p(x) = 0,001x² - 1,6x + 550 angenommen. Berechnen Sie den Maximalpreis und die Sättigungsmenge!

```
>> p(x):="Nachfrage;
```

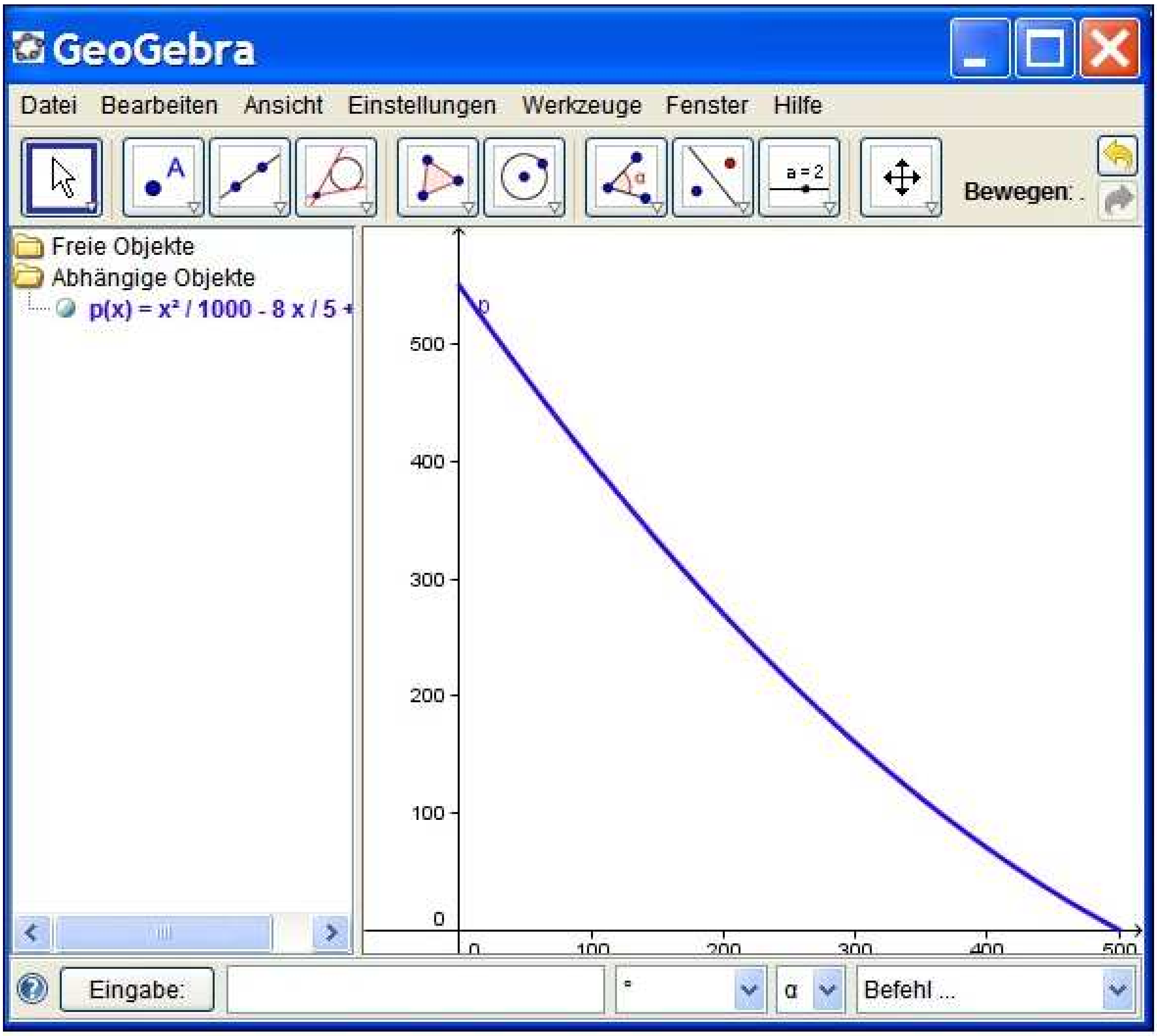
(%o87) $p(x) := \frac{x^2}{1000} - \frac{8x}{5} + 550$

```
>> wxplot2d([p(x)], [x,-5,1200])$
```

(%t88)



Darstellung mit Geogebra




```
>> l:realroots(p(x));
(%o89) [ x = 500 , x = 1100 ]

>> xs:x,l[1] /* Sättigungsmenge */;
(%o90) 500

>> p(0) /* Preisobergrenze oder Höchstpreis */;
(%o91) 550
```

d) Bei wieviel Stück liegt die Gewinnschwelle bzw. die Gewinngrenze?

```
>> K;p(x);
```

(%o92) $0.001\,x^3 - x^2 + 340\,x + 9000$

(%o93) $\frac{x^2}{1000} - \frac{8\,x}{5} + 550$

```
>> U(x):=x*p(x);
```

(%o94) $U(x) := x\,p(x)$

```
>> G:U(x)-K,expand;
```

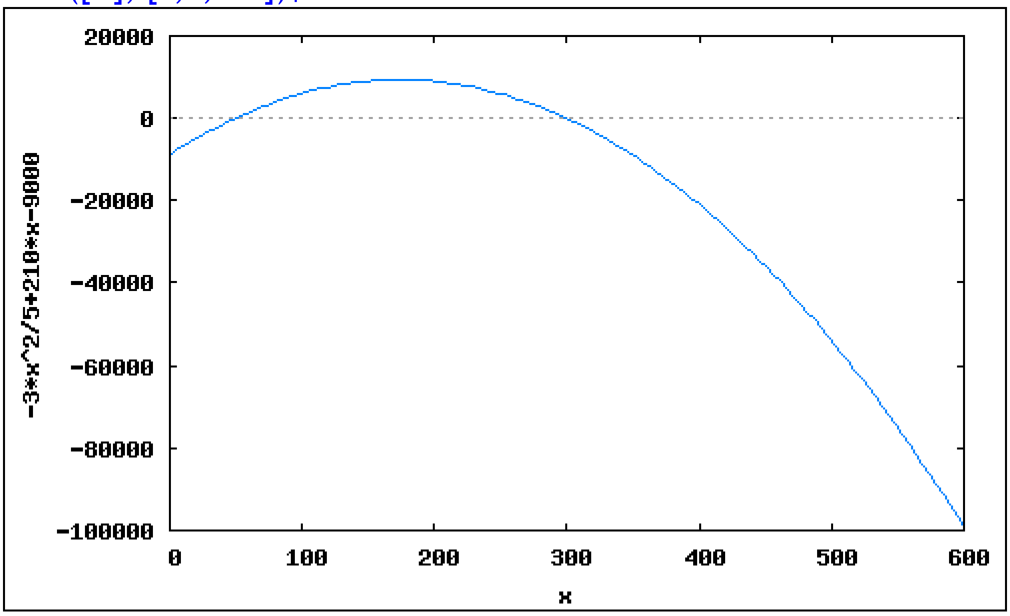
(%o95) $-\frac{3\,x^2}{5} + 210\,x - 9000$

```
>> l:realroots(G);
```

(%o96) $[x = 50, x = 300]$

```
>> wxplot2d([G], [x,0,600])$
```

(%t97)




```
>> NS:x,l[1];NG:x,l[2] /* Nutzenschwelle und Nutzengrenze */;
```

(%o98) 50

(%o99) 300

e) Bei wieviel Stück erzielt die Firma den maximalen Gewinn? Welchen Preis kann sie pro Stück verlangen? (1 Dez.)

```
>> G(x):="G /* Gewinnfunktion */;
```
(%o100) $G(x) := -\frac{3x^2}{5} + 210x - 9000$

```
>> ab:diff(G(x),x);
```
(%o101) $210 - \frac{6x}{5}$

```
>> l:realroots(ab),numer;
```
(%o102) $[x = 175]$

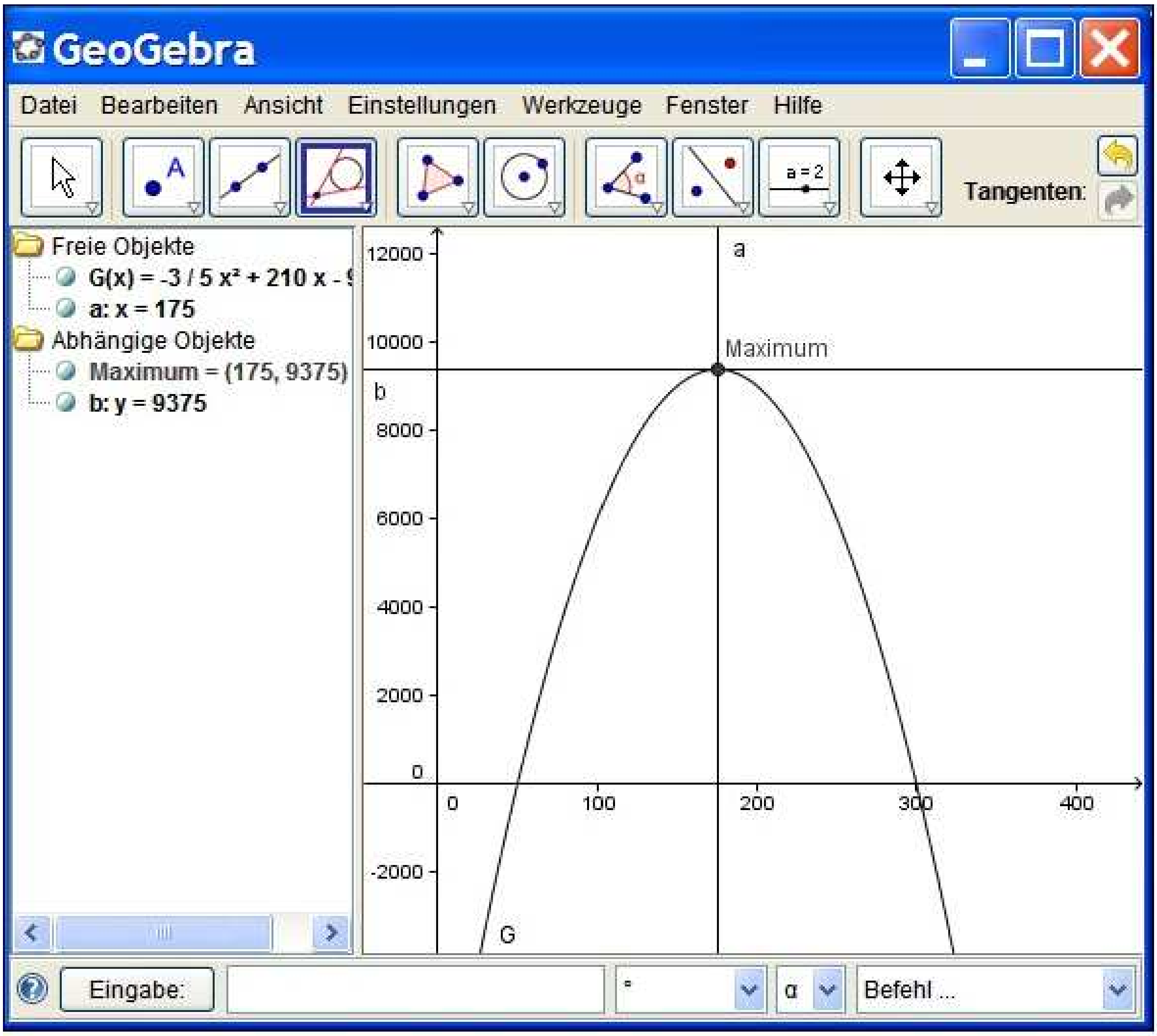
```
>> xC:x,l[1] /* Gewinnmaximale Menge */;
```
(%o105) 175

```
>> pC:p(xC),numer;pC:floor(pC*100+0.5)/100.0 /* Gewinnmaximaler Preis */;
```
(%o107) 300.625

(%o108) 300.63

```
>> Gmax:G(xC);
```
(%o110) 9375

Darstellung mit Geogebra



Created with [wxMaxima](http://wxmaxima.sourceforge.net).