

Geometrie und Physik

Dokumentnummer: DX1018

BEISPIEL 1

Eine Firma erhält den Auftrag, Eisenkugeln zum Kugelstoßen herzustellen. Welchen Durchmesser müssen die Kugeln mit der Masse $m = 5 \text{ kg}$ haben?
(Dichte von Eisen: $\rho = 7,9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

```
(%i17) kill(all);
```

```
(%o0) done
```

```
(%i1) m_kg:5;m_g:1000*m_kg;
```

```
(%o1) 5
```

```
(%o2) 5000
```

```
(%i3) d:7.9;
```

```
(%o3) 7.9
```

```
(%i4) g:d=m_g/(4*r**3*pi/3);
```

```
(%o4) 7.9 =  $\frac{3750}{\pi r^3}$ 
```

```
(%i5) l:solve(g,r);
```

```
rat: replaced 7.9 by 79/10 = 7.9
```

```
(%o5) [  $r = \frac{5\sqrt[3]{300}^{1/3} - 5\sqrt[3]{300}^{1/3}}{2\sqrt[3]{79}^{1/3} \pi^{1/3}}$ ,  $r = -\frac{5\sqrt[3]{300}^{1/3} + 5\sqrt[3]{300}^{1/3}}{2\sqrt[3]{79}^{1/3} \pi^{1/3}}$ ,  $r = \frac{5\sqrt[3]{300}^{1/3}}{\sqrt[3]{79}^{1/3} \pi^{1/3}}$  ]
```

```
(%i6) r:ev(r,l[3]),numer;
```

```
(%o6) 5.326207738408766
```

```
(%i7) Durchmesser_cm:2*r;Durchmesser_cm:floor(Durchmesser_cm*10+0.5)/10.0  
/* der gesuchte Durchmesser in cm */;
```

```
(%o7) 10.65241547681753
```

```
(%o8) 10.7
```

BEISPIEL 2

Eine geschälte Orange von 4 cm Radius besteht aus 16 gleichen Schnitzen. Berechnen Sie Volumen und Oberfläche eines Schnitzes!

Anmerkung: statt "Schnitz" sagen wir Österreicher "Spalte"

(%i9) kill(all);

(%o0) *done*

(%i1) r_cm:4;

(%o1) 4

(%i2) V:4*r_cm**3*pi/3;

(%o2) $\frac{256 \pi}{3}$

Volumen in cm³ und Oberfläche in cm²

(%i3) V:V/16,numer;Volumen_kcm:floor(V*10+0.5)/10.0;

(%o3) 16.75516081914556

(%o4) 16.8

(%i5) O:4*r_cm**2*pi/16+r_cm**2*pi,numer;

Oberflaeche_qcm:floor(O*10+0.5)/10.0;

(%o5) 62.83185307179586

(%o6) 62.8

BEISPIEL 3

Eine Kugel mit dem Radius R hat das gleiche Volumen wie eine Halbkugel mit dem Radius r . Berechnen Sie das Verhältnis der Oberflächen von Halbkugel und Kugel.

(%i7) kill(all);

(%o0) **done**

(%i1) g:4*R**3*pi/3=2*r**3*pi/3;

(%o1)
$$\frac{4 \pi R^3}{3} = \frac{2 \pi r^3}{3}$$

(%i2) l:solve(g,r);

(%o2)
$$\left[r = \frac{\left(2^{1/3} \sqrt{3} \sqrt[3]{i} - 2^{1/3} \right) R}{2}, r = -\frac{\left(2^{1/3} \sqrt{3} \sqrt[3]{i} + 2^{1/3} \right) R}{2}, r = 2^{1/3} R \right]$$

(%i3) r:ev(r,l[3]);

(%o3) $2^{1/3} R$

(%i4) Verhaeltnis:(2*r**2*pi+r**2*pi)/(4*R**2*pi),numer;

Verhaeltnis:floor(Verhaeltnis*100+0.5)/100.0

/* das Verhältnis */;

(%o4) 1.19055078897615

(%o5) 1.19

(%i9) $lj:c*3600*24*365;$

(%o9) 9460800000000000

(%i10) $ergebnis_lichtjahre:r/lj;ergebnis:floor(ergebnis_lichtjahre+0.5)$

/* mögliche Entfernung in Lichtjahren */;

(%o10) 666.733395172755

(%o11) 667

BEISPIEL 5

Um wieviel Prozent muss die Kantenlänge eines Würfels vergrößert werden, damit der vergrößerte Würfel das gleiche Volumen wie die Umkugel des ursprünglichen Würfels hat?

(%i12) kill(all);

(%o0) **done**

(%i1) r:a*sqrt(3)/2;

(%o1) $\frac{\sqrt{3} a}{2}$

(%i2) VK:4*r**3*pi/3;

(%o2) $\frac{\frac{1}{3} \pi a^3}{2}$

(%i3) VW:(f*a)**3;

(%o3) $a^3 f^3$

(%i4) g:VK =VW;

(%o4) $\frac{\frac{1}{3} \pi a^3}{2} = a^3 f^3$

(%i5) l:solve(g,f);

(%o5) $\left[f = \frac{3^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}, f = -\frac{3^{\frac{2}{3}} \pi^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}}, f = \frac{3^{\frac{1}{6}} \pi^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} \right]$

(%i6) f:ev(f,l[3]),numer;p:100*(f-1);p:floor(p*100+0.5)/100.0

/* um so viel % muss verlängert werden */;

(%o6) 1.396025982874379

(%o7) 39.60259828743793

(%o8) 39.6

BEISPIEL 6

Eine hohle Kugel mit 10 cm Außendurchmesser und 4 mm Wanddicke schwimmt in Wasser (Dichte $\rho_W = 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) und taucht genau bis zur Hälfte ein. Berechnen Sie die Dichte ρ_M des Materials, aus dem die Kugel besteht!

(%i9) kill(all);

(%o0) **done**

(%i1) R:5;r:4.6;

(%o1) 5

(%o2) 4.6

(%i3) V1:4*R**3*pi/3,numer;V2:4*r**3*pi/3,numer;

(%o3) 523.5987755982989

(%o4) 407.720083373088

(%i5) V:V1/2 /* Volumen des verdrängten Wassers (halb eingetauchte Kugel)
das muss gleichzeitig die Masse der Kugel sein */;

(%o5) 261.7993877991494

(%i6) g:d*V1-d*V2=V;

(%o6) 115.8786922252108 **d** = 261.7993877991494

(%i7) l:solve(g,d);

rat: replaced -261.799387799149 by -84823/324 = -261.799382716049

rat: replaced 115.8786922252108 by 74510/643 = 115.8786936236392

(%o7) [**d** = $\frac{54541189}{24141240}$]

(%i8) d:ev(d,l),numer;d:floor(d*10+0.5)/10.0
/* Gibt die gesuchte Dichte in g/cm³ */;

(%o8) 2.259253832860284

(%o9) 2.3